STRÖMSTAD AKADEMIS REPRINT

Alfred Holl

The two earliest printed Yiddish arithmetic textbooks (Amsterdam 1699 and Frankfurt/ Main 1711)

Nr 4, juli 2024

ISBN 978-91-89979-01-7

Denna text är återgiven med tillstånd av författaren. Den är hämtad direkt från publikationen.

Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz - Band 31

Rainer Gebhardt (Hrsg.)

Rechenkunst und Mathematik in der frühen Neuzeit

Tagungsband
zum wissenschaftlichen Kolloquium

„Rechenkunst und Mathematik
in der frühen Neuzeit“

vom 21.–23. April 2023
in der Berg- und Adam-Ries-Stadt Annaberg-Buchholz

Veranstalter:

- Adam-Ries-Bund e. V.
- Stadtverwaltung Annaberg-Buchholz
- Fakultät für Mathematik der TU Chemnitz

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Rechenkunst und Mathematik in der frühen Neuzeit
Tagungsband zum wissenschaftlichen Kolloquium vom 21.–23. April 2023 in der Berg- und Adam-Ries-Stadt Annaberg-Buchholz / Hrsg. Rainer Gebhardt: Adam-Ries-Bund, Annaberg-Buchholz, 2023.
(Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz; Bd. 31)
ISBN 978-3-944217-53-6

Die Verantwortung für den Inhalt der einzelnen Beiträge und der dabei verwendeten Abbildungen liegt beim jeweiligen Verfasser, nicht beim Herausgeber.

Reproduktionen jeglicher Art bedürfen der Genehmigung.

Stiftungen der Erzgebirgssparkasse

Die Herausgabe erfolgt mit freundlicher Unterstützung der Sparkassenstiftung Annaberg.

Herausgeber: Prof. Dr. Rainer Gebhardt
Vorsitzender des Adam-Ries-Bundes e. V. Annaberg-Buchholz

Abbildung auf dem Titel: *Typus geometrie* aus
Gregor Reisch: Margarita philosophica nova, Basel 1517.
Adam-Ries-Museum (ARB-1040-33)

Umschlaggestaltung: Helmstedt | Kluge | Rom, Niederwiesa,
Zusammenstellung: Prof. Dr. Rainer Gebhardt, Chemnitz,
Druck: Medienzentrum der TU Bergakademie Freiberg.

Adam-Ries-Bund e. V.
Johannisgasse 23
09456 Annaberg-Buchholz www.adam-ries-bund.de

Inhaltsverzeichnis

Seite

Bernd Rüdiger 1
Annabergs Bergbau – ein guter Platz für Rechenkundige

Alfred Holl 21
The earliest printed French, Dutch and English arithmetic textbooks

Jan Habermehl 49
Eine Lesereise durch Raum, Zeit und Technik.
Christoph Puehlers *Anlaytung zu dem rechten verstand Geometriae* (1563)

Charlotte Wahl 79
Welch Gemetzel!
Nicolaus Andreae Granius' Einwände gegen Petrus Ramus' Mathematik

Jacques Sesiano 93
Die Arithmetik von Pamiers

Rainer Gebhardt 103
Das Rechenbuch der Freiberger Rechenmeister Oswald Ulman und
Caspar Thierfelder von 1564

Alfred Holl 129
Polygonalzahlen und ihre Quadrat-, Pronic- und Trigonalwurzeln

Ad Meskens 135
Das Nachleben von Rechnungsbüchern aus dem sechzehnten Jahrhundert

Dieter Bauke 143
Der dritte Mann – der Tolletrechner

Thomas Jahre 155
Pieter Breughel und dessen Darstellung von Rechenhilfsmitteln
in seinem Werk „Temperantia"

Katharina Habermann 165
Erhard Weigels trigonometrische Berechnungen zum Kometen von 1652

Jens Ulff-Møller 179
The "Practica" Arithmetic in Icelandic-Scottish "Long Hundred" Calculation.

Alfred Holl and Stela Segev 199
The two earliest printed Yiddish arithmetic textbooks (Amsterdam 1699
and Frankfurt/Main 1711)

Elena Roussanova 223
Das erste auf Russisch gedruckte Mathematikbuch – die
„Anleitung in die Arithmetik" von Ilýa Kopievich (1699)

Menso Folkerts und Martin Hellmann 243
Die „Coß 1" von Adam Ries im mathematischen Umfeld ihrer Zeit

Martin Hellmann 261
Andreas Alexander Wegbereiter einer neuen Algebra
im frühen 16. Jahrhundert

Jens Høyrup 279
Rechenmeister-Algebra in der Perspektive der Abbaco-Tradition und der neuen Algebra des siebzehnten Jahrhunderts: Was ist Erbe, was ist Transformation, was ist neu? Was war die Wirkung?

Peter Ullrich 293
Jost Bürgis „Coss“: Auch ein Beitrag zur frühen Analysis

Menso Folkerts und Rainer Gebhardt 305
Zur „Deutschen Coß“ und zu ihrer Erforschung

Stefan Deschauer 317
Die *Regula sententiarum* bei Johannes Widmann –
eine etwas mysteriöse Marginalie der Mathematikgeschichte

Egon Weißflog 325
Die Wegmesser (Messwagen) des Kurfürsten August

Rudolf Haller 341
Johann Neudörffer und die Gießener Handschriften

Ulrich Reich 347
Johann Scheubel (1494–1570) und die Regula Detri conversa

Rudolf Haller und Alfred Holl 355
Neues zu Leben und Werk von Simon und Pangratz Jacob

Stefan Kratochwil 377
Die *Disquisitio de generali arithmetica* von Christian Gueintz

Barbara Schmidt-Thieme 385
Tobias Beutels „Geometrischer Lustgarten“

Harald Gropp 393
Francesc Santcliment und Gaspar Nicolas –zwei „Rechenmeister“
der iberischen Halbinsel

Adelheid Waschka 403
Der Nürnberger Kartograf Erhard Etzlaub (um 1455–1532) und die Staffelsteiner Zentkarte von 1504 – Einfluss auf den jungen Adam Ries?

Ortsregister 418

Sachwortregister 421

Personenregister 425

The two earliest printed Yiddish arithmetic textbooks (Amsterdam 1699 and Frankfurt/Main 1711)

Alfred Holl and Stela Segev[1]

1 Historic context

1.1 The Jews in Europe in the late Middle Ages and early Modern Times

Already in the Classical Antiquity, Jews began to settle in small communities in Europe. During the Middle Ages, there were two main Jewish ethnic and religious divisions. The Jews who traditionally lived on the Iberian Peninsula (in good cooperation with the ruling Arabs) are called Sephardim; in the late 15th century (during the Christian Reconquista), they were expelled and scattered over Northern Africa, Southern, South-Eastern and Northern Central Europe and the Middle East. The Jews who originally settled on the Low Rhine in the Holy Roman Empire were called Ashkenazim; in the late Middle Ages, religious persecution drove them more and more to Eastern Europe.

In the Middle Ages, Jewish scholars assimilated "foreign", mostly (Greek-)Arabic secular knowledge to their own culture. Their Hebrew translations played an important role in the process of making Arabic adaptations of Greek scientific works available to medieval Europe.[2] We just mention two of the first translators on the Iberian Peninsula: Abraham bar Ḥiyya (Savasorda; ca. 1070–1136/1145) and John of Seville (Johannes Hispalensis; active 1133–1153). After them, there was the family of Qalonymos in the South of France that made a great work of translations.

Abraham bar Ḥiyya himself was also mathematician (*Ḥibbur ha-meshīḥah ve-ha-tishboret* (Treatise on measurement and calculation)). Further early Jewish mathematicians in the Middle Ages were Abraham ibn Ezra (1089/1092–1167; *Sēfer ha-mispār* (Book of the number)) and Levi ben Gershon (Gersonides; 1288–1344; *Maʿaśē ḥôšēḇ* (Work of calculation) 1321)[3].

As a consequence of these scientific activities, many Hebrew manuscripts with mathematical content were written in this period. The first Hebrew arithmetic book

---

[1] Herzog College, Israel.

[2] Cf. Freudenthal 2013, p. 796–797. In our paper, we do not discuss details of the role of Jews in this process (Hebrew as an intermediate step on the way from Arabic to Latin), but reference specialized works: Freudenthal 2013 and Steinschneider 1893.

[3] Cf. 3.2.1.

to be printed was *Sēfer ha-mispār* (Book of the number) written by Eliyah Mizraḥi (ca. 1450–1525/26) in Constantinople. His son took care of printing his manuscript after his death in 1533 in the printing house of Girolamo Soncino (Gershom Sontzin).[4]

An abridgment of the first two parts of *Sēfer ha-mispār* and of Abraham bar Ḥiyya's *Sēfer ṣurat ha-areṣ* (Book on the form of the earth) was created by Sebastian Münster (Ingelheim 1488–1552 Basel; cosmographer, humanist, Hebraist) together with a Latin translation by Erasmus Oswald Schreckenfuchs (Merckenstein 1511–1575 Freiburg; mathematician, astronomer, humanist, Hebraist): *Qiṣur ha-meleket mispār. Arithmetica secundum omnes species suas. Compendium arithmetices*. Basel: Heinrich Petri 1546.

The second printed Hebrew arithmetic textbook was:

Menaḥēm Tzion (Emanuel) Cōhēn Porat [from Porto?] Rofeh [physician] (Trieste ca. 1595 – ca. 1660 Padova; mathematician, astronomer, rabbi): *Sēfer ʿōḇēr la-sōḥēr* (Book "money current among the merchants"). Venezia: Giovanni Calleone (for Pietro, Aluise and Lorenzo Bragadini) 1627 (Hebrew [5]387).[5]

1.2 The languages Judaeo-German (Yiddish) and Judaeo-Spanish (Ladino)

All of the Jews prayed in Hebrew, but only some of them spoke Hebrew:[6] Hebrew was the holy language of prayer, liturgy and science and only up to a certain extent a means of communication between different communities.

Besides Hebrew, Jewish varieties of several European languages (from Judaeo-Portuguese via Judaeo-Czech to Judaeo-Greek) developed; most of them did not gain any international importance beyond their regions. The details of origin and development of these varieties are an object of linguistic discussions.

With the expulsion of the Jews from their homelands, two Jewish varieties made their way from regional ones to *linguae francae* (they are still alive):

1 Judaeo-Spanish (Ladino) – written in Hebrew script, today mostly in Latin script – was the language of the Sephardim on the Iberian Peninsula. During their expulsion, they took their language with them, and spread it over the Mediterranean area until the Ottoman Empire[7], also as business language of the Adriatic Sea; today it is threatened of extinction.
2 Judaeo-German (Yiddish) – written only in Hebrew script – was the language of the Ashkenazim in the Holy Roman Empire. When they were expelled to the East, they took their language with them, and spread it over Central and Eastern Europe.[8] Yiddish is split into two main branches: the Eastern from the Baltic Sea to the Black Sea which adopted a lot of Slavic words and the Western from the North Sea to the Mediterranean Sea.

---

[4] Cf. Segev 2010; Holl 2022, p. 305–311.

[5] Cf. Heller, Marvin J.: The seventeenth century Hebrew book. Leiden 2010; Holl 2022, p. 312–318.

[6] Cf. Arieh Leyb's title page, where he is called an expert in the Torah who had to speak Hebrew, and Moshe Hayda's introduction (p. 8) where he lays stress on his proficiency in Hebrew.

[7] Cf. Simon 2012.

[8] Cf. Moshe Hayda's introduction (p. 8) where he calls Yiddish the "Ashkenazi language" and underlines that he uses it for the benefit of the inhabitants of this country and its merchants.

Regarding mathematical publications, Ladino with 8 books from 1500–1800 was much less important than Yiddish with 269 in the same period.[9]
In this paper, we are going to discuss the two – as far as known – earliest printed Yiddish arithmetic textbooks. They are written in Western Yiddish which is very well understandable for Germans of the 21st century if they are acquainted with a few German dialects and the early New High German of the 16th century. This is also since the language of a maths book is always simpler, less rich in vocabulary and more formal than the literary language of some belletristic text.

1.3 Transcription and Romanization conventions in this paper

Transcription means conversion to modern letters in the same script.
Romanization means literal conversion to the Latin script (transliteration).
In the two Yiddish textbooks, Yiddish and Hebrew texts are printed in Hebrew square script (mostly for headings) or in Rashi script (for text parapraphs).[10] Yiddish texts only occur in the mathematical parts.[11] Hebrew texts only occur on the title pages (cf. 2.1, 3.1), in the approvals (cf. 3.2.2, 3.3), in the introduction (cf. 3.2.2, 3.3) and sometimes in headings of mathematical sections.[12]

2 The Yiddish textbook from 1699 and its author

2.1 Biographic data of Arieh ['lion'] Löw/Leyb/Layb Segal Shats/Šaṣ

Very little is known about the author.[13] His family seems to have been active in book production. The name Arieh Leyb Segal ben Zeev Wolf Shatz is mentioned as publisher in 1716.[14] There is evidence for two sons working in the same field: Shemuel was active with the publisher Salomon ben Joseph Proops in Amsterdam 1701–1715.[15] Tsevi Hirsch was a typographer and active with Samuel ben Yiśaśḵar Baʿer Segal, the son of one of the two typographers of this textbook.[16]

---

[9] Cf. Lapon-Kandelshein/Baruchson-Arbib 2002, p. 186.

[10] Cf. Friedrich 1966, p. 247. The German variant of the semi-cursive Rashi script is also called Mashket, Deutsch-Hebräisch or Weiberdeutsch 'vaybertaytsh' (Faulmann 1880, p. 82 f.).

[11] For Yiddish texts, we only present representations in modern German orthography (with *au* instead of *oy* etc.); cf. Romanization tables of the University Library of Frankfurt ub.uni-frankfurt.de/judaica/umschrift-jiddisch.html.

[12] For Hebrew texts, we consider transcriptions in Hebrew (square) script as necessary as the original prints (especially if in Rashi script) are not always well readable. Romanizations are based on ISO 259 and not on DIN 31636: that is, *w* (not *v*) for ו, *ṣ* (not *ts*) for צ, *q* (not *ḳ*) for ק and in certain cases *š* (not *sh*) for ש. The following phonetic distinctions are borrowed from DIN 31636: *b/b̲* (instead of *b/v*) for ב, *k/k̲* (instead of *k/kh*) for כ and *p/f* for פ. *b̲* designates a ב pronounced as *v*, *k̲* a כ pronounced as *kh*, *f* a פ pronounced as *f*. Romanizations of proper names follow either the conventions above or the usual English phonetic Romanization.

[13] Arieh Löw "Shames" (false) with a false year (1690) of publication is mentioned in the article 'Mathematics' in the Jewish Encyclopedia.

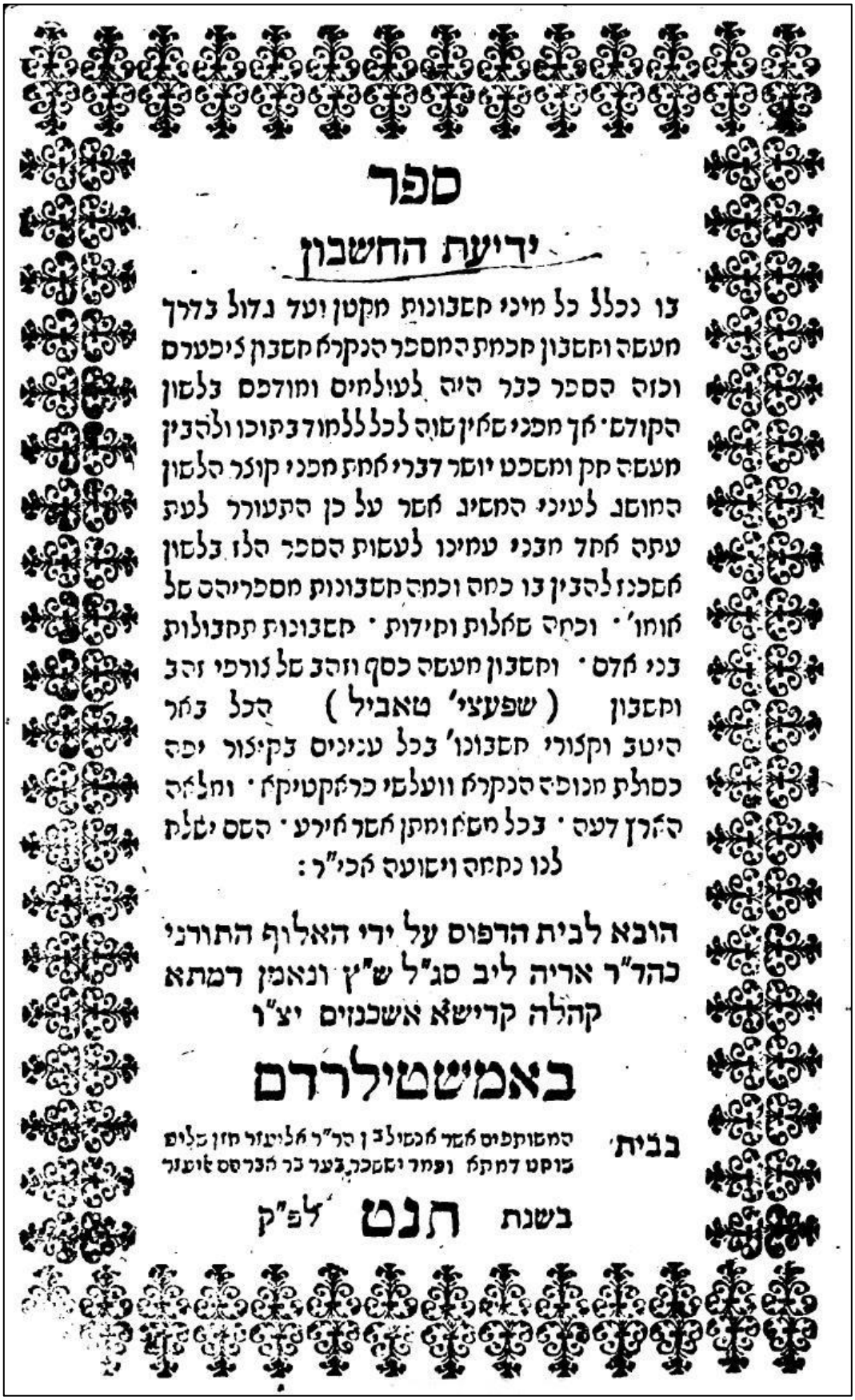
[14] Ecartico, University of Amsterdam.

[15] CERL (Consortium of European Research Libraries) Thesaurus, cnp02160616.

[16] London British Library, record for Yaakov Yosef of Pollonne (Ukraine) (1710–1784): *Ben porat Yosef*. Korez (Ukraine) 1782.

2.2 The *Sēfer Yediʿat ha-ḥešbon* (Amsterdam 1699)

2.2.1 The title page



ספר

ידיעת החשבון

זו נכלל כל מיני חשבונות מקטן ועד גדול בדרך
מעשה וחשבון תכלית הספר הנקרא חשבון ניכערם
וכזה הספר כבר היה לעולמים ומודפס בלשון
הקודש. לך מבני שחין שוה לכל ללמוד בתוכו ולהבין
מעשה חק ומשפט יושר דברי אמת מבני קונך הלשון
המושב לעיני המשיג אשר על כן התעורר לעת
עתה אחד מבני עמינו לעשות הספר הזה בלשון
אשכנז להבין זו כמה וכמה חשבונות מספריהם של
חומו'. וכתה שאלות ותילות. חשבונות תחבולות
בני אדם. וחשבון מעשה כסף וזהב של צורפי זהב
וחשבון (שפעציי טאביל) הכל בחר
היטב ובקורי חשבונו' בכל ענינים בקיצור יפה
כפולת מנופה הנקרא וועלטי כרחקטיקא. וחלקה
הארץ לעם. בכל משא ומתן אשר תירע. הסר ישלח
לנו נתה וישועה אכי"ר:

הובא לבית הדפוס על ידי האלוף התורני
כהר"ר אריה ליב סג"ל ש"ץ ונאמן דמתא
קהלה קדישא אשכנזים יצ"ו

באמשטילרדם

בבית המשוחפים אשר מכשולג ן הר"ר אליעזר חזן בלום
בוקט דמקא ופמר ישעכר בער בר הגדר שם שיעגר

בשנת תנט לפ"ק

ספר

ידיעת החשבון

בו נכלל כל מיני חשבונות מקטן ועד גדול בדרך
מעשה וחשבון חכמת המספר הנקרא חשבון
ציפערס
וכזה הספר כבר היה לעולמים ומודפס בלשון
הקודש• אך מפני שאין שוה לכל ללמוד בתוכו
ולהבין
מעשה חק ומשפט יושר דברי אמת מפני קוצר
הלשון
המושג לעיני המשיג אשר על כן התעורר לעת
עתה אחד מבני עמינו לעשות הספר הלז בלשון
אשכנז להבין בו כמה וכמה חשבונות מספריהם
של
אומו'(ת)• וכמה שאלות וחידות• חשבונות
תחבולות
בני אדם• וחשבון מעשה כסף וזהב של צורפי
זהב
וחשבון (שפעצי' טאביל) הכל באר
היטב וקצורי חשבונו'(ת) בכל ענינים בקיצור
יפה
כסולת מנופה הנקרא וועלשי פראקטיקא• ומלאה
הארץ דעה• בכל משא ומתן אשר אירע• השם
ישלח
לנו נחמה וישועה אכי"ר [אָמֵן כֵּן יְהִי רָצוֹן]:

הובא לבית הדפוס על ידי האלוף התורני
כהר"ר [כְּבוֹד הָרַב רַבִּי] אריה ליב סג"ל [סגן
לויה] ש"ץ [שליח ציבור] ונאמן דמתא
קהלה קדישא אשכנזים יצ"ו [ישמרהו צורו
ויחיהו]

באמשטילרדם

בבית חמשותפים אשר אנשיל בן הר"ר אליעזר
חזן שליט [שיהיה לאורך ימים רבים]
שוחט דמתא [העיר] וכמר ישששכר בער בר
אברהם אליעזר
בשנת **תנט** לפ"ק [לפקודה]

The Book of (Knowing the) Arithmetic

It includes all kinds of calculations
from small to large,
how to perform them, and the Calculation
Art which is called Calculation of Numbers
(ציפערס *Zifers* [in Yiddish]).
And such a book has already been printed
in the Holy language (בלשון הקודש *bi-lešon ha-qodeš* [i.e. in the Hebrew language]).

But because not everyone can learn and
understand the rules and the truths
written in the Holy language,
one of our people has just woken up to
make this book in the Ashkenazi language,
(בלשון אשכנז *bi-lešon aškenaz*)
and to understand through it several
calculations from books of other nations,
and some questions and riddles, human
tricks in calculations
and silver (כסף *kesef*) *and gold* (זהב *zahaḇ*)
calculations of goldsmiths (special table)
(שפעצי' טאביל *spezie Tabell* [in Yiddish]).

And all is well and shortly explained,
as sifted semolina [reduced to the
essential parts] *which is called*
Welsh Practice (וועלשי פראקטיקא
Welsche Praktika [in Yiddish]).
And the country was filled with knowledge.
In any negotiation that has occurred,
God will send us comfort and salvation,
amen so be it.

Brought to the printing house
by the expert in the Torah,
the honored Rabbi Arieh Leyb Segal
[funeral assistant] *Šas* [public messenger],
the city trustee
of the Ashkenazi Funeral Congregation –
his creation will preserve him and he will live

In Amsterdam

In the common house of Ašer Anšel son of
Rabbi Eli'ezer Ḥazan – may he live for
many days –,
the city butcher [Aramaic word], *and*
Yiśaśḵar Ba'er, Abraham Eli'ezer's son
in the year ***t.n.ṭ*** [*(5)**459***; 1699 CE] *and*
some small detail [date not fully written]

The two printers of the textbook were business partners. Ašer Anšel ben Eliʿezer Ḫazan (active 1663–1713) was a typographer in Amsterdam. In 1663, he was in the service of Uri Phoebus Halevi. From 1692 on, he integrated his son Benjamin Wolf into work duties. Until 1703, he worked with Yiśaśḵar Baʿer bar Aḇraham Eliʿezer from Minden. They used the types of Moses ben Aḇraham Kosman.[17]

2.2.2 Content overview

The pdf numbers [pdf 8 ≙ 1r, title page] of the digital reproduction by Google from the original held by University Library Amsterdam are used as reading and finding Hebrew page numbers in this book can be complicated.

The section headings contain the Hebrew text before the Yiddish text.

10 Numeration (notation of numbers and numerals) – called so in Latin (*Wird genannt auf Latein Nummerieren*)
12 Addition (*Addieren*)
14 Subtraction (*Subtrahieren*)
17 Multiplication (*Multiplizieren*)
21 Division (*Dividieren*)
32 Rule of three (*Regula de tri*)
41 Italian practice (*Welsche practica*)[18]
44 Silver calculation according to the practice (*Fein Rechnung in* כסף [Hebrew 'silver'] *(von Silber) nach der Practica nach*)
47 Numeration of fractions (*Nummerieren in Gebrochnen*)
51 Addition of fractions (*Addieren in Gebrochnen*)
54 Subtraction of fractions (*Subtrahieren in Gebrochnen*)
57 Multiplication of fractions (*Multiplizieren in Gebrochnen*)
59 Division of fractions (*Dividieren in Gebrochnen*)
63 Rule of three for fractions (*Regula de tri in Gebrochnen*)
65 Double rule of three (*Regula quinque*)
66 Double rule of three for fractions (*Regula quinque in Gebrochnen*)
67 Information about various currencies and about book-keeping in the most famous cities (*Ein Nachricht von allerlei Geld, auch wie in den vornehmsten Städten Buch gehalten wird*)
73 Information about weights (*Nachricht der Gewichte*)
74 Appendix[19]

---

[17] CERL Thesaurus, cni00043801.

[18] Techniques to facilitate multiplications, especially with compound amounts consisting of higher and lower units in the context of the rule of three; cf. Ulff-Møller, Jens: The 'Welsche Praktik'. In: Gebhardt, Rainer (ed.): Kaufmanns-Rechenbücher und mathematische Schriften der frühen Neuzeit (= Schriften des Adam-Ries-Bundes 22). Annaberg-Buchholz 2011, p. 327–348.

[19] As the Appendix is not an arithmetic book but a mere collection of currency tables, only the beginning of the title page is transliterated and translated: *Spezielles Buch darinnen inbegriffen die Ausrechnung von den verminderten Schillingen zu 5 Stüber und 8 Pfennig ausgerechnet von fünf und vier Schilling in einem Worf* (Special book comprising the conversion of the reduced shillings worth 5 stivers and 8 pennies calculated for multiples of five and four shillings); conversion (Dutch currency): 1 gulden / guilder = 20 stivers = 320 pennies [stiver: Dutch *stuiver*, German *Stüber*].

3 The Yiddish textbook from 1711 and its author

3.1 Biographic data of Moses/Moše/Moshe Haida/Hayda

Moshe Hayda lived roughly estimated 1670–1750. He studied – probably among others – in the yeshiva of Rabbi Abraham Naphtali Hirsch Spitz Segal in Worms (see approval in 3.2.2).

His grandfather was Shmuel ben Moshe Hayda (mentioned in the last lines of the introduction, pdf 311), b. ca. 1626, d. 1685 Prague, a cabalist author and preacher in Prague, who engaged in different mystic practices and considered himself under the inspiration of the prophet Eliyah. He annotated and interpreted the manuscript *Sifra tanah de-vei ʻEliyahu* [Aramaic title] under the title *Ziqquqin de nura u-viʻurin de-esha* (Book about sparks of fire; Prague 1676 – also mentioned in the last lines of Hayda's introduction).

Epitaph of Moshe Hayda's father Yosef (d. 1700-07-08) on the Jewish Cemetery in Hamburg-Altona, Königstraße (steinheim-institut.de/cgi-bin/epidat?id=hha-3172)

Epitaph of Moshe Hayda's grandfather Shmuel (d. 1685) on the Old Jewish Cemetery in Praha-Josefov (www.ivelt.com/forum/viewtopic.php?t=36928)

Moshe Hayda's father Yosef Hayda must have been experienced in geometry ("art of measuring" on the epitaph). He moved from Prague to Hamburg where he died on 1700-07-08.[20]

[20] Jewish Encyclopedia, articles on Moses Haida and Samuel Haida; Ersch/Gruber, Section 2, Theil 4 (1828), article "Heida", p. 102.

Moshe's son Shmuel, born in Hamburg, took care of a correct edition of *Ḥiduše Halaḵot* [Talmud commentary] (Berlin 5466, i.e. 1705/06 CE)[21] by R. Samuel Eliʿezer ben Juda Edels (b. 1555 Poznań/Posen or Kraków/Krakau, d. 1631 Ostrog/ Ostroh/Ostrowo, Ukraine)[22].

Already around 1600, German Jews had got permission to settle in Wandsbek and Altona.[23] The Altona Jews had the privilege of engaging in shipbuilding. Since 1612, Jews had been tolerated in Hamburg: privileged Portuguese (Sephardic) Jews, engaged in wholesale trade, and some German (Ashkenazic) Jews, engaged in retail business. As Altona's administration was more liberal (also towards other religions) than Hamburg's, Altona became the center of German-Jewish life. In 1674, the German-Jewish communities of Altona, Wandsbek and Hamburg united to one congregation, the so-called 'Three communities', under the leadership of Altona where their joint chief rabbi had his seat, where a cemetery was available and where a synagogue was consecrated in 1684. First in 1710, German Jews were granted unrestricted permission to settle in Hamburg and nearly the same rights as the Portuguese Jews. As a consequence, the Portuguese segregated themselves from the Germans and their community declined.[24]

This is an outline of the social situation of the Hamburg Jewish community where Moshe Hayda must have grown up. For some reason, he stayed in Frankfurt/Main when he wrote his arithmetic textbook.

3.2 The *Sēfer Maʿaśē ḥôrēš we-ḥôšēḇ* (Frankfurt/Main 1711)

3.2.1 The title page

The textbook was printed by Johann Kellner/Kölner (1672–1726, active 1698–1726) a Christian typographer in Frankfurt/Main. His printing house was the most important for Hebrew book production in Frankfurt. One half of the Hebrew books printed in Frankfurt between 1708 and 1727 was published there. Kölner is well known for the print of a Babylonian Talmud.[25]

The responsible bookseller Shimon Wolf ben Abraham from Aachen published *Sēfer me'ah berakhot* – Book of a hundred blessings – in 1712 (Google books). He is briefly mentioned with the years 1711/1712 in Ersch/Gruber,[26] referring to

[21] Ersch/Gruber, Section 2, Theil 4 (1828), article "Heida", p. 102.

[22] Jewish Encyclopedia; en.wikipedia.org/wiki/Maharsha.

[23] The cities of Altona (west of Hamburg) and Wandsbek (northeast of Hamburg) were incorporated into the city state of Hamburg in 1937. In the 17th century, Hamburg was a free imperial and Hanseatic city whereas Altona belonged to the imperial fief of Pinneberg which – together with the duchy of Holstein (also an imperial fief) – passed to the Danish king in 1640 when the dynasty reigning before had no successors: The Danish king then ruled as Duke of Holstein in personal union. Thus, Altona was still part of the Holy Roman Empire, but stood under Danish administration (until 1864). It got its city rights in 1664 from the Danish king and became – with 12,000 inhabitants – the second largest city of Denmark after Copenhagen.

[24] Jewish Encyclopedia, articles on Altona, Hamburg and Wandsbeck.

[25] It seems that Kölner had bought the Hebrew types from Matthias Andreae in 1712 who in turn had bought them from Johann Wust in 1707 (CERL Thesaurus, cni00076505; Heuberger 1994, pdf 4).

[26] Ersch/Gruber, Section 2, Theil 28 (1851), article "Jüdische Typographie und jüdischer Buchhandel", p. 80.

“lebhafte buchhändlerische Beziehungen” [“intensive bookselling relationships”] between Amsterdam and Frankfurt/Main, and later in the Jewish Encyclopedia, article “Book-trade”, section “Amsterdam a center”, among the leading booksellers in the 18th century (as Simon Wolf ben Abraham Mainz).

We will now discuss the title. מעשה (*maʿaśē*) means ‘doing’, but can also be translated with ‘work’ as in the book of Gersonides. The rest of the title, however, needs some interpretation. In his introduction (p. 8), Hayda motivates the title with the structure of the book. He states, that it consists of a practical part followed by a theoretical part. It can be assumed that the practical part should be related to the title word חורש (*ḥôrēš*) and the theoretical part to חושב (*ḥôšēḇ*).
The intended meaning of the word חורש in the context of the title is not clear at first sight. Its basic meaning is ‘to plow’, the figurative ‘to learn hard, to occupy oneself mentally, to engage in hard mental work’. As plowing is the activity of a farmer, the word could be used for the activity of a craftsman in general – ‘practicing (a craft), doing practical work’ – in contrast to the activity of an intellectual person – ‘thinking, doing theoretical work’. [Cf.: German master arithmeticians (Rechenmeister) were regarded as craftsmen in the early modern times!]
The meaning of the expression חושב ‘to think’ is fairly clear. The verb חושב is also very close to the verb לחשב (*laḥôšēḇ*) ‘to calculate’ so that one can assume a play on words.
Furthermore, a part of the title, the expression מעשה חושב (*maʿaśē ḥôšēḇ*) was very common, not only for mathematical texts. It can be understood in more than one way: ‘a thinker’s work, clever work, masterpiece’, but also ‘the art/work of calculation’. It was used in several places in the bible as well (Exodus 26, 1: 31 and more).
Gersonides (Levi ben Gershon) used this expression as title for his arithmetic book.[27] Therefore, Hayda’s title is probably an allusion to Gersonides. According to Simonson 2000, Gersonides’s title – literally meaning ‘Work of calculation’, broader ‘work requiring thought, cunning, planning and calculation’ – is also play on words for theory and practice, מעשה corresponding to practice and חושב to theory.
Thus we arrive at the interpretation ‘Book [called, about] the work of practicing and thinking’ or ‘Book [called, about] practice and theory’.
Ersch/Gruber[28] replace the expressions for activities by expressions for persons performing these activities, in Latin “Liber de opera artificis et ingeniosi” [artifex in the sense of a thinking and planning craftsman doing conceptual work], in English “Book about the work of a skilled and an ingenuous person” or “Book about the work of a craftsman (a practitioner) and an intellectual (a theorist)”.

[27] Levi ben Gershom, *Sefer Maasseh Chosheb – Die Praxis des Rechners, Ein hebraeisch- arithmetisches Werk des Levi ben Gerschom aus dem Jahre 1321*; translated and commented in German by Gerson Lange (Frankfurt am Main 1909).
[28] Ersch/Gruber, Section 2, Theil 4 (1828), article “Heida”, p. 102.

ספר
מעשה חורש וחושב

מיוסד על לקוטי מכתבי המספר
והתשבורת והיה קבור בקמל לצד
לזן ובקר ותקן הקבור בקמל קריף
ובקי זך ובקי כש"ת כה"ר משה בן
המנוח מוהר"ר יוסף היידלי זצ"ל
מהמבורג בהיותו בפרנקפורט
דמיין בשנת שילחה נוירת השריפה
נע"ו והמלחמה היתה דיק ובנמרת
ניוס ח"ק שנת לסדר ולפרט

פקדי פקוד אלהים א

תנס · נדפס
פה פראנקפורט דמיין
בבית החדון
יהאן קעלניר
ע"י הפועל ועניר
קרישטיאן פראש
מחויגשבורג

נמצאים ונמכרים בחנות השוה לצל
החלוף כמוהר"ר שמשון וחלף בן
לברהם מענץ שליט"א בפרנקפורט
דמיין:

ספר

מעשה חורש

וחושב

מיוסד על אדני חכמת המספר

והתשבורת והיא חבור נחמד אשר

אזן וחקר ותקן הבחור נחמד חריף

ובקי זך ונקי כש"ת [כבוד שם תפארתו]

כה"רר [כבוד הרבי רבי] משה בן

המנוח מוהר"ר [מורנו (ורבנו) הרב רבי]

יוסף היידא זצ"ל [זכר צדיק לברכה]

מהמבורג בהיותו בפראנקפורט

דמיין בשעת שיצאה גזרת השריפה

בע"וה [בעוונותינו הרבים]

והמלאכה היתה דיה ונגמרת

ביום א" ה" שבט לסדר ולפרט

פקד יפקוד אלהים א

תכם נדפס

פה פראנקפורט דמיין

בבית האדון

יהאן קעלניר

ע"י הפועל זעציר

קרישטיאן פראש

מאויגשבורג

נמצאים ונמכרים במקח השוה אצל

האלוף כמוהר"ר [כבוד מורינו ורבנו הרב רבי]

שמעון וואלף בן

אברהם מעכן שליט"א

[שיזכה לימים טובים וארוכים] בפראנקפורט

דמיין:

***Book (Work) of plowing and thinking (calculation)* [or: *Book on practical and theoretical work*]**

Based on masters of calculation and measurements (fractions) is a nice work which balanced and researched and adjusted a nice and sharp guy and skilled pure and clean – Honor the name of his glory – Honorable Rebbe Rabbi Moshe ben the deceased Moreno (and Rabbeinu) Rabbi Rabbi Yosef Hayda – blessed be the memory of the righteous – from Hamburg, when he was in Frankfurt am Main as the fire decree came out for our many sins, and the work was enough and ends on Sunday 5 on Shvat to arrange and to specify

God will command you

Printed here in Frankfurt am Main in the house of the lord

Johann Kellner/Kölner

by the worker Zaʿtzir Christian Frasch from Augsburg

Are sold for reasonable prices by the champion our honorable teacher and Rabbi Shimon Wolf ben Abraham from Aachen – may he have good and long days – in Frankfurt am Main

The year of publication is not mentioned explicitly.
From the the textbook itself, we can extract three informations:[29]

1 There are three approvals by famous rabbies written in Tevet 5471, that is, in Dec 1710 and in Jan 1711 (see 3.2.2). These approvals were normally provided when a book was finished or nearly finished.
2 The author finished work on 5 Shvat, a Sunday. This can only be 5 Shvat 5471, 1711-01-25, few days after the approvals. The next year with a 5 Shvat on a Sunday, that is 5474 (1714-01-21), would be too late after the approvals.
3 The author was still working on his textbook in Frankfurt when a "devine fire decree" came out, that is, when a fire broke out, caused by some accident (or arson). This can only mean the big fire ("Großer Judenbrand") in Frankfurt on 1711-01-14/15, 24 Tevet 5471, which destroyed the entire Jewish ghetto.[30] As a consequence, 24 Tevet became a day of repentance.

Thus, we arrive at 1711 as the year of publication.

[29] The Hebrew calendar is a lunisolar calendar on the basis of the 19-year Metonic cycle. It has common years with 12 months and every second or third year a leap year with a 13th (intercalary) month. The day on which the year number advances is Rosh Hashanah (1 Tishrei) in September or October; the exact day has to be calculated with certain rules. The year numbering starts in 3761 BC, the assumed date of the creation of the world. Thus, a Hebrew year number corresponds to two Common Era (CE) year numbers and the other way round: Subtracting 3760 and 3761 from a Hebrew year number yields the two corresponding CE year numbers, adding 3760 and 3761 to a CE year number yields the corresponding two Hebrew year numbers. In Hebrew prints, the first digit of the year number is often omitted. Hebrew days start in the evening after sunset. Regarding exact CE dates, we always refer to the Gregorian calendar. We use the converter hebcal.com.

[30] The Jewish Encyclopedia states in its article on Moses Haida that the book was written at the time of a great fire in Altona, the west neighbor city of Hamburg where Haida had his roots. This assumption cannot be correct as the dates of the two fires would lead to 5 Shvat 5474 as finishing date of the book, too long (three years) after the approvals.
The fire in Altona on 1711-11-02/03, 21 Cheshvan 5472, destroyed at least some 100 houses (irrespective of the belief of the residents) and the synagogue, which was reconstructed only in 1715 after the second fire (Gihl 2013, p. 9; Schudt 1714, p. 370 f.; Alicke 2008).
The big fire ("Schwedenbrand") on 1713-01-20/21, 23 Tevet 5473, destroyed the entire of Altona. The Swedish General Stenbock gave order to set Altona on fire. The inhabitants had only few hours to leave the city. This was a unique and extraordinary war action during the Great Northern War (1700–1721) when Sweden fought against an alliance of Denmark, Saxony and Russia for the hegemony in the Baltic Sea region. Magnus Stenbock (1665–1717) took revenge for the siege and conquest of Stade and its Swedish garnison in September 1712 and for Altona's (falsely) assumed support of Danish armed forces. As Altona had no fortifications and no troops, his measure was very critically judged as a means of warfare.

3.2.2 Approvals and introduction

The three approving rabbies were famous persons who are mentioned in the Jewish Encyclopedia and/or Wikipedia (see the following footnotes). In their approvals, they take care of the "author's rights" for a certain period of time and threaten boycott and excommunication if these rights are violated.

Approval (Imprimatur, Haskamah) of the great famous genius Rabbi Naphtali Catz (Cohen), Frankfurt/Main (p. 3, pdf 306)[31]

I worried that they might be jealous of Moshe … and they will trespass
… I decided to decree … that every son of Israel should not copy this book,
the entire book or only a part of it …
during eight years from the printing date … will be punished …
The writer and the signer today, Tuesday, 8 Tevet [5471], may fulfill our wishes,
[December 30, 1710 CE]
… Naphtali haCohen …
Frankfurt a.M.

Naphtali Cohen, portrait (Jewish Encyclopedia)

Approval (Imprimatur) of the genius Moreno (and Rabbeinu)[32] Shmuel Cohen Schotten, President of court and Rabbi of Klause in Frankfurt/Main and of the County of [Hessen-]Darmstadt (p. 4, pdf 307)[33]

[Free translation] Although the course of the zodiac and the calculation of the letters are an important discipline [today the word חכמה means 'wisdom', in the middle ages, it had the meaning 'discipline'], as our sages said, due to the length of our bitter exile, our people didn't study this discipline as the number of books about these issues has dwindled. And when one of us is a wise man and wants to learn this discipline, he must look for books written in foreign languages.

---

[31] Cohen was born in Ostrog/Ostroh/Ostrowo (Ukraine) in 1649 and died in Constantinople on 1718-12-20. At first rabbi in Ostrog, in 1690 called to Poznań/Posen, in 1704 called to Frankfurt/Main. The fire in Frankurt's Judengasse in 1711 broke out in his house. "It was charged that, relying on the efficacy of his cabalistic charms, he had prevented the extinction of the fire by the ordinary means. He was arrested and thrown into prison, and regained his liberty only upon renouncing his office." After that he went to Prague and Wrocław/Breslau (Jewish Encyclopedia; en.wikipedia.org/wiki/ Naphtali_ Cohen and /Frankfurter_Judengasse; de.wikipedia.org/wiki/Großer_Judenbrand).

[32] Morenu ('our teacher') means 'ordained rabbi' (Jewish Encyclopedia); Rabbeinu ('our master', 'our teacher of Torah'); the most famous example is Moshe Rabbeinu 'Moses, our teacher' (Orthodox Union ou.org).

[33] Schotten was born in Schotten (Vogelsbergkreis, Germany) in 1644 and died in Frankfurt/Main on 1719-07-05. Moved to Frankfurt in 1682. In 1685 appointed dean of the big and important Klause Yeshiva, one of the four synagogues in Frankfurt's Judengasse (en.wikipedia.org/wiki/ Samuel_Schotten; Frankfurt, Jüdisches Museum judengasse.de).

But now, this nice guy, Moshe, the son of the well-known Morenu Yosef Hayda from Hamburg, (let be blessed the Righteous memory), succeeded to write a book about this discipline in our language so that our young people and also our older will understand. And I read it and I examined it thoroughly and I liked it.
I approve that a severe boycott will be imposed on anyone who will copy in part or in full from this book for ten years.
So said Samuel Cohen Schotten Friday eve Parashat Vayigash 5471 (taf ain alef) - [3 Tevet, Wednesday evening December 25, 1710 CE]

Approval (Imprimatur) of the genius Rabbi Abraham Naphtali Hirsch Spitz Segal President of court, community of Worms and its district
(p. 5, pdf 308)[34]

[Free translation] Moshe studied in my yeshiva and I found that he is very capable in the art of fraction(’s calculations) and measurements … He is the son of our Teacher and Rabbi Yosef Hayda from Hamburg and he worked hard to write this book on fractions (calculation) and measurements.
And if someone will print from this book without his consent during the next ten years, let him be excommunicated.
Today 10 Tevet 5471 (taf ain alef) [Thursday January 1, 1711 CE]
Abraham Naphtali Hirsch Spitz, community of Worms and its district

Epitaph of Rabbi Abraham Naphtali Hirsch Spitz (d. 1712-09-17) on the Jewish Cemetery in Worms (steinheim-institut.de/cgi-bin/epidat?id=wrm-1238)

[34] Spitz was born ca. 1628 and died in Worms in 1712; since 1663 rabbi of a Moravian congregation, in 1704 called to Worms (Jewish Encyclopedia).

Introduction of the author (p. 6–8, pdf 309–311)

[Free translation; p. 6]
It is clear that the sense will distinguish in number and understand multiplicity and unity, but this is not enough to say that counting is an intellectual action.
One can easily tell the difference between 3 and 1080 using the senses (3 is the 360th part of 1080) because one of them belongs to the genus "many" and the other to "few" and even animals can distinguish between "many" and "few" …
In the following we'll see that the senses can't distinguish between quantities of the same kind, for example we'll say two quantities of the genus "many" …
We will not be able to distinguish between the number 1080 and the number 1077 with the help of the senses. But if we count, we will know and understand what the difference is between them.
Therefore, the counting is not an action of the senses but an action of the mind.
Therefore, the sages of the calculations first dealt with addition (which is called in foreign languages additzia), because when we add a number to another, we need to count.
And the counting and the addition (of numbers) are similar, and they are both actions of the mind.

[Description and interpretation; p. 7]
Further discussion and explanation of counting as an intellectual action, focusing on the appropriate term for number 11.
He mentions Ibn Ezra (the author of the well-known *Sēfer ha-mispār* (Book of the number) from the 12th century), but he doesn't mention the arithmetic book, but his interpretation of the Torah on the subject, together with other interpretations, including his own interpretations.
In the second paragraph we find a discussion about the importance of learning arithmetic in order to judge justice in matters of division of lands, inheritances etc. We can find similar discussions in previous Jewish works like Abraham bar Ḥiyya's *Ḥibbur ha-meshīḥah ve-ha-tishboret* (11th/12th century). We cannot be sure that Moshe Hayda knew bar Ḥiyya's book, and yet we can find some similar formulations and examples such as "how much longer is the square's diagonal compared to its side?" or "how much larger is the square's area compared to the area of its inscribed circle?"

This is followed by a description of the place and importance of arithmetic using various descriptions:

1. The first description is by no doubts originally from Nicomachus, but in our opinion it was taken from Mizraḥi. We confront the three texts.

Hayda:

A bridge through which our thought passes from the things, with which we grew up from the youth and which we became accustomed to, to the things that are unfamiliar to us, with which our senses are not familiar.	והיא גשר אשר בו תעבור מחשבתנו מאלה הדברים אשר גדלנו מנערותינו והרגלנו בהם חושנו אל הדברים הזרים אצלינו אשר לא הרגילום חושינו

Nicomachus of Gerasa: *Arithmetikè eisagōgé* (Introduction to Arithmetic)[35]

It is not hidden that these sciences are like bridges through which our thoughts pass from those perceptible apprehended things to the existing intelligible things, they transfer our thoughts from those corporeal things, with which we have grown up and which are familiar to us, to things which are foreign to us, which are not familiar to our senses, and which, by their subtlety, are similar to our souls.	כי לא יעלם שאלו החכמות הם כמו גשרים בם יעברו מחשבותינו מאלו הדברים המוחשים המחושבים אל הדברים הנימצאים המושכלים ויעבירו דעותנו מאלו הדברים הגשמיים אשר גדלנו בם והרגלנום אל הדברים הזרים אצלנו אשר לא הרגילום חושינו ואשר הם בדקותם דומים לנפשותינו

Eliyah Mizraḥi: *Sēfer ha-mispār* (Book of the number)[36]

In addition, it is obvious that this science is like a bridge, through which our thought passes from the material perceptible things to the existing intelligible things.	מצורף לזה כי הוא מהמבואר בעצמו שזאת החכמה היא במדרגת הגשר אשר בו תעבור מחשבתנו מאלה הדברי' הגשמיים המוחשי' אל הדברים הנמצאים המושכלים
Our intellect moves from those material things with which we grew up from youth and to which we became accustomed, to the things that are unfamiliar to us, with which our senses are not familiar, and which are similar to our souls in their subtlety.	ויעבור שכלנו מאלה הדברים הגשמיים אשר גדלנו בם מנערותנו והרגלנום אל הדברים הזרים אצלנו אשר לא הרגילום חושינו אשר הם בדקותם דומים לנפשותינו

2. Other descriptions are based on various quotations from the Bible.

[Free translation; p. 8]
And I saw in some of the books that the explanations were very long until the reading became difficult and the readers got tired before they got to the main point, and in other books they have shortened too much. So I decided to take the middle way, and I hope that the reader will find a good lesson in this book and will reach a deep understanding of this matter.
I called this book "**Book (Work) of plowing and thinking (calculation)**" because of its practical part followed by a theoretical part.
And do not think, dear reader, that I wrote this book in the Ashkenazi language because I do not speak Hebrew fluently. I wrote in the Ashkenazi language for the benefit of the inhabitants of this country and its merchants.
I added some issues in this book that are not to be found in other books, but if someone will find any mistake, he can correct it ….
These are the things (issues) spoken by **Moshe ben the deceased**
Moreno (and Rabbeinu) Rabbi Rabbi Yosef Hayda blessed be the memory of the righteous from Hamburg, the grandson of Moreno (and Rabbeinu) Rabbi Rabbi Samuel Hayda author of *Sēfer Zikukin De-Nura U-Viʿurin De-Esha* blessed be the memory of the righteous.

[35] Retrieved from https://mispar.ethz.ch/wiki/Main_Page.
[36] Retrieved from https://mispar.ethz.ch/wiki/Main_Page.

3.2.3 Content overview

The pdf numbers [pdf 312 ≙ 1r] of the digital reproduction by Universitätsbibliothek Frankfurt are used as reading and finding Hebrew page numbers in this book can be complicated, e.g. 115 is not written קיה (100+10+5) but קטו (100+9+6) etc.

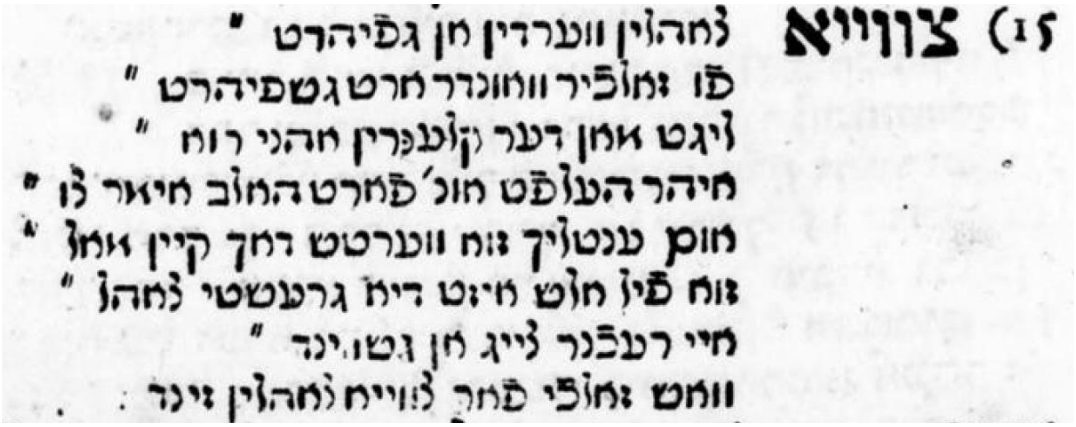
312 Numeration (notation of numbers and numerals) of non-denominate integers (*Nummerieren oder Aussprechung unbenamter ganzer Zahlen*)
315 Numeration of denominate integers (*Nummerieren benamter ganzer Zahlen*)
316 Addition of non-denominate integers (*Addieren oder Versammlung unbenamter ganzer Zahlen*)
319 Addition of denominate integers (*Addieren benamter ganzer Zahlen*)
321 Subtraction of non-denominate numbers (*Subtrahieren oder Abziehung unbenamter ganzer Zahlen*)
324 Subtraction of denominate integers (*Subtrahieren benamter ganzer Zahlen*)
326 Check (*Probe*): inverse operation; criticism of check by nine
327 Multiplication of non-denominate integers (*Multiplizieren unbenamter ganzer Zahlen*)
328 Multiplication table (*Das Einmaleins*)
337 Division of non-denominate numbers (*Dividieren oder Teilen unbenamter ganzer Zahlen*)
345 Check (*Probe*): inverse operation
346 Fractions: Numeration of fractions (*Von Brüchen: Nummerieren in gebrochnen Zahlen*)
347 List of denominate fractions (*Auflistung benamter gebrochner Zahlen*)
349 Addition of denominate fractions (*Addieren oder Versammlung benamter gebrochner Zahlen*)
357 Subtraction of denominate fractions (*Subtrahieren oder Abziehung benamter gebrochner Zahlen*)
361 Multiplication of fractions (*Multiplizieren oder Vielfältigung gebrochner Zahlen*)
367 Division of fractions (*Dividieren oder Abteilung gebrochner Zahlen*)
375 Rule of three (*Regula de tri oder Lehrsatz von dreien*): [37]
- 378 First type (*Erste Art*): anterior number (*vordere Zahl*) = 1;
- 380 Check or examination of the rule of three (*Von der Prob oder Untersuchung des Lehrsatzes von dreien*);
- 390 Second type (*Zweite Art*): posterior number (*hintere Zahl*) = 1;
- 401 Third type (*Dritte Art*): middle number (*mittlere Zahl*) = 1;
- 410 Fourth type (*Vierte Art*): all of the three numbers > 1

[37] The three known values (*vorn* anterior, *mitten* middle, *hinten* posterior) are mostly written one after the other, separated by long dashes: vorn — mitten — hinten. The fourth, unknown value is not noted. The anterior and posterior value belong to the same quantity, as well as the middle and unknown one. That is, there are two value tuples (*vorn*, *mitten*) and (*hinten*, *unknown*) of two different quantities which are directly proportional, such as weight and price. Today we would read this arrangement of three values as an equation with one unknown: vorn : mitten = hinten : *x*.

420 Rule of three for fractions (*Regula de tri in gebrochnen Zahlen*):
421 First type (*Erste Art*); 431 Second type (*Zweite Art*);
443 Third type (*Dritte Art*); 449 Fourth type (*Vierte Art*)
466 Inverse rule of three
(*Regula de tri conversa oder verkehrter Lehrsatz von dreien*)
477 Rule of five or double rule of three
(*Regula quinque oder Lehrsatz von fünfen oder gedoppelter Lehrsatz*)
483 Inverse rule of five or inverse double rule of three
(*Regula quinque conversa oder verkehrter Lehrsatz von fünfen oder verkehrter gedoppelter Lehrsatz*)
489 Time calculation (*Zeitrechnung*)
506 Interest calculation (*Zinsrechnung*); 511 Interest tables (*Zinstabellen*)
524 Discount calculation (*Rabatt oder Abzug-Rechnung*)
530 Tare calculation (*Tara oder Abgang-Rechnung*);
531 General tare (*Gemeine Tara oder Abgang*);
534 Tare on top (*Tara auf*); 536 Tare within (*Tara in*)
538 Tret (portions of bad quality) calculation (*Fusti garbolir* [Old Italian garbellare ‘to garble, sift’] *oder Entscheid-Rechnung*)
541 Currency conversion calculation (*Wechsel-Rechnung*);
548 Conversion tables
562 Rules for companies (*Regula societatis oder Gesellschaftsrechnung*);
564 Check (*Probe*)
570 Rules for companies with time [regula societatis temporum]
(*Zweifache Gesellschaftsrechnung*)
571 Barter calculation and balanced barter calculation
(*Stich- oder Tausch-Rechnung und gleiche Tausch-Rechnung*)
574 Unbalanced barter calculation (*Ungleiche Stich-Rechnung*)
576 Gold and silver calculation (*Fein Rechnung*)
581 Rules for calculating alloys and mixtures
(*Regula alligationis Zusammensetz- oder Vermeng-Rechnung*):
582 First type (*Erste Art*): alloy wanted;
583 Second type (*Zweite Art*): parts wanted
594 Rules for integer problems with several unknowns
(*Regula caecis oder Blind-Rechnung*)
597 Check or examination of problems of this type
(*Von der Probe oder Untersuchung dergleichen Aufgaben*)
607 False position method or “assumed test value” method
(*Regula falsi positionum oder Erdichtete-Satz-Rechnung*)
610 Check or examination of this and similar problems
(*Von der Probe oder Untersuchung dieser und dergleichen Aufgaben*)
616 Additional problems (*Zugab-Rechnung*): Diophantine equations, division-with-remainder problems, magic squares
628 Conversion or value of the currency, measure, weight, number and time units which occur in this book (*Von Wechsel (Resolvierung) oder Wert der in diesem Buch vorfallenden Münz-, Maß-, Gewicht-, Zahl- und Zeit-Arten*)

3.2.3 A special problem

The following mathematical problem formulated in verses can be found in the section ‘Additional problems’ (pdf 618):



צווייא צאהלין וועדין אן גפיהרט פו[ן] זאלכיר וואונדר ארט גשפיהרט ליגט מאן דער קלענרין אהני רוא איהר העלפט אונ' פארט האלב אימר צו אום ענטליך זוא וועדש דאך קיין מאל זוא פיל אלש איזט דיא גרעשטי צאהל איי רעכנר צייג אן גשווינד וואש זאלכי פאר צווייא צאהלין זינד	*Zwei Zahlen werden angeführt,* *Von solcher Wunder-Art gespürt:* *Legt man der kleinren ohne Ruh* *Ihr Helft und fort halb immer zu,* *Unendlich, so wird’s doch kein Mal* *so viel, als ist die größte Zahl.* *Ei, Rechner, zeig an geschwind,* *was solche für zwei Zahlen sind.*

Rough English translation:
Two integers are presented where you can feel a magic property:
If you add to the smaller one its half and, further on and on, the [half’s] *half, infinite times, it* [the sum] *will no time reach the size of the bigger integer.*
Quickly show, arithmetician, what these two numbers are.

If one focuses on the smallest pair of positive integers, there is the unique solution 1 and 2 as – with the geometric series with quotient ½:

$$1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^k} < 2 \text{ for all } n$$

The textbook mentions the solution with a brief verification, but without any mathematical proof.

3.3 Approvals and introduction – transcriptions

Approval of Rabbi Naphtali Catz (Cohen) (p. 3, pdf 306)

הסכמת הרב הגאון הגדול המפורסם
מוה''רר נפתלי כ''ץ נר''ו אב''ד[38] ור''מ דק'ק[39]
פראנקפורטדמיין

הנה בא במגילת סיפר כתוב אלי' סיפר ומשיח לפי תומו כלישנא
קלילא דמשתמע לתרי אפ''י רברבי ואפי זוטרא הוא ניהו הבחו'(ר)
חשוב ומופלג ידו בכל כהר''ר משה בן המנוח מהו''רר יוסף היידא זצ''ל
מהמבורג שאסף והניא לבית הדפוס מה שלמד לפי שכלו ללמד בני יהודים
קשת סיפ''ר אמנם לא ארו''ן אנכי בדבר זה בחכמת המספריי' וחשבונת רק
לפי שכלו יהולל איש כאשר שמעתי מכמה הבקיאים בחכמה הלז ומדאגה
מדבר פן ואולי יקנאו למשה במחנה ויעשו שניו''ת מדברי סיפו''רים וישיגו
גבולו ע''כ אף ידי תכון עמו באתי בגזירת נחש על כל בר ישראל לבל ישיג
גבולו הן כולו או מקצתו יהי'(ה) מה ובאיזה אופן שיהי'(ה) הן ע''י עצמו או ע''י
אחרים יהודי וארמאי או גירי דלי' משך שמנה שנים מיום כלות דפוס של
הספר הלז והשומע לי ישקט שאכן ויבא עליו ברכת טוב .כ''ר
הכותב וחותם היום יום ג' ''ח '' טבת תמל''א משאלותינו
לפ'ק כאם נפתלי הכהן החו' בק''ק[40]
פראנקפורט דמיין יע''א[41]

Approval of Moreno (and Rabbeinu) Shmuel Cohen Schotten (p. 4, pdf 307)

הסכמת הרב הגאון מוה''רר שמואל כהן
שאטין אב''ד[42] ור' מקלויז דק''ק פ'פרמיין
ומדינות דרמשטט והגלילות

בהיות זה אשר אמרו חז''ל תקופות וגמטריאות הן פרפראות לחכמה[43]
וידוע אשר קודם להם בזמן חכמות המספר והתשבורת כי זולתם
"אלי רד לעמקי דחשב ן התקופות כאשר יעידו עליו ביני חכמה ההיא,
ובאשר בעו''ה ע''י אריכות גלותינו המר נתמעטו הלבבו' (ת) והספרי'(ם) העשויי(ם)
על חכמה הלזאת והצריכים לה. ובמה שנתעלו ונשתבחו ישראל לעיני
העמים להיות להם עטרת תפארת בזאת החכמה אשר היא חשבון דתקופו(ת)
ומזלות עתה נטלה מהם אותה עטרה עד אשר רוח ממרום עלי ו יערה
ובאשר יתעורר מי מאתנו ליקח שמץ ממנו אזי צריך לחפס בספרי'(ם) חיצוני (ים)
שאינן בלשונינו ועתה עלה על לב הבחור הנחמד בהר''ר משה בן המפור(סם)

---

38 אב"ד- אב בית הדין

39 דק'ק – דקהילת קודש

40 בק"ק – בקהילת קודש

41 יע"א – יגן עליה אלהים

42 אב"ד – אב בית הדין

43 "Periods and gematrias are butterflies to wisdom" – from Mishna Avot 38; interpretation: The zodiac signs and the calculation of the letters are like dessert at the end of the meal.

וזהו יוסף היידא זצ"ל מק"ק המבורג לעשות חיבור ברב האיכות על חכמה
הזאת והיא חכמת המספר בלשון אשר נוכל להבין בנערינו ובזקנינו
ועלתה בידו אשר שהטריח עצמו ושכלו מאוד עד שירד לעומקה והעל(ה?)
מרגניתא ו..יתא סומקא. ובחנתי אותו באבן בוחן כמה שידי מגעת
ומצאתי בו את שאהבה נפשי בשכל ודעת. בכן גם אני מסכים שיוחק
בספר. חכמת המספר . אשר בחור חשוב הנ"ל חיבר ועל זולתו ניתן
באיסור בנחש וחרם חמור שלא להסיג גבולו בדבר שלא הי'(ה) בו
עמלו במקצתו או בכולו עד משך עשרה שנים מהיום והשומע
ל ברי.. אלה יונע' נאם שמואל כהן שאטין יצא
מפי יו'[44] ו" עש"ק[45] דפרשת ויגש תע"א[46]
לפ"ק[47]

Approval of Rabbi Abraham Naphtali Hirsch Spitz Segal (p. 5, pdf 308)

הסכמת הרב הגאון הגדול מוהר"ר
הירש שפיץ סג"ל נר"ו אב"ד ור"מ דק"ק[48]
ווירמייזא והגלילות

כי זה מש"ה האיש אשר יצק מים על ידי למד בישיבתי כמה זמני' ומצאתי
שהוא מסוגל מאוד לחכמת התשבורת ומדידה והי' לו יגיע רבה א..
נע... מלאכת מחשבת אזר"ה תורה מעשה חושב הוא הבחור חשוב
בוחר בטוב כהר"ר משה בן המנוח מוהר"ר יוסף היידא זצ"ל מהנמבורג
ויגע ומצא לחבר מחברת לבא לעמקי חשבון ומדידה ויש לו ה... וגם
גוזרים גזירות בנידוי' על שינוי החוזר לחוש פן יושחת נחלתו והצאתיו עמן
גם אנכי מסכים ובשמתא דרככן יהא אם יוסיף אחד סרה
להדפיס בלי רשותו במשך עשר שנים דברי אלה היום יום
ה"עשרה בטבת תעא" ל... אברהם נפתלי
הירש שפיץ ..' בק"ק ווימייזא
והגלילו'(ת) וחותם
פהק"ק פ"כ:

Introduction of the author (p. 6–8, pdf 309–311)

הקדמת המחבר

עם היות שהחוש יבדיל במספר ויבין הרבוי והאחדות עכ"ז[49] לא יספיק
לספר כי הספירה פעל השכלי הוא
הקודם מזה ההקש מבואר שהרבוי והאחדות אינם נכנסים תחת
סוג א'(אחד?) ואין בפיהם דמיון ויחס כלל שהיחס אינו כי אם בדברי'(ם)

---

44 יו' – יעלה ויבוא
45 עש"ק – ערב שבת קודש
46 תע"א - 471 או תיבנה עירנו אמן
47 לפ"ק - לפקודת?
48 דק"ק – דקהילה קדושה
49 עכ"ז = על כל זה, עם כל זה

הנגדרים בסוג א' ואינם מתחלפים רק בפחות ויתר והדברים שאינ'(ם) נכנסים תחת סוג א' יש להחוש מצוא בהם להבדיל ביניהם להיותם רחוקים זה מזה כי בקלות יבחין האדם בין רב למעט מצד כמות הדברים הנספרים עם היו' שאינו יודע איכות המספר בפרטות כאלו תאמר שיודע להבדיל מצד החוש בין מספר ג' למספר תת"רף שהוא א' מש"ס חלקים ממנו להיו' שהם נגדרי'(ם) בשני מינים כי זה נכנס תחת סוג הרבוי וזה נכנס תחת סוג המיעוט ואפי'(לו) בעלי חיים שאין בהם נפש המשכלת יבחינו הריבוי והאחדות וכיון שכן יתחייב היות הריבוי והאחדות פעל שכלי.

והנמשך יתבאר ג"כ להיות שלא יוכל החוש להבחין בין דברים הנספרים הנכנסים תחת סוג א' כאלו תאמר ששניהם מסוג הרבוי. כי יש ביניה'(ם) יחס ודמיון רק שיתחלפו בפחו'(ת) ויתר לכן אין לה... מצוא בהם להבדיל ביניהם. כי לא יוכל להבדיל בין מספר תתר"ף למספר תתרע"ז ואחר שאין יכולת להחוש להבדיל ביניהם ואם יספר ימנה אותם אז ידע ויבין ההבדל אשר ביניהם יחוייב שאין הספירה פעל חושיי וא"כ מבואר שפעל שכלי הוא.

כיון שההקדמה מחויבת ואמתית שהספירה פעל שכלי הוא לכן הטיבו חכמי התשבורת והמספר להניח ראשונה מין הקיבוץ הנקרא אדיצ"יא בלע"ז וזה להיות שהספירה האמיתו' היא כספירת בהן הגדו' יאמת' אחת ואחת שתים אחת ושתים שלש אחת ושלש ארבע וכו' ואין ספק שהיא פעו'(לה) שכלית לצרף מספר אחד עם המספר שלפניו עד שיעלה מהם המספר אשר ב.. למספ... אחריו והיא סגולה הכרחית לחכמת המספר לקצר ולצרף מספר [p. 7] מה עם זולתו והיא מן הקיבוץ הנקרא אדיצ"יא כנזכר לכן יאות להניחהו ראשונה כיון שיש לו יחס ודמיון עם הספירה שהיא פעולה שכלית.

ומכל מה שהוכח יתבאר טעם עשתי עשר אשר נחלקו עליו רבים ונכבדי'(ם) כי לפי הנחת הספירה שהיא פעולה שכלית לצרף מספ'(ר) אחד עם מספר מה אשר למעלה מהמספר אשר רצה לספר לכן יתכן לומר שמלת עשתי מלשון עשתונות כדעת החכם אבן עזרא[50] עם היות שיש לי דרך אחרת בזה וזה כי כאשר תגיע למספר אחד עשר אין יכולת בידך להוציא כח השכלי אל הפעל להיות שביאור אחד עשר הוא אחד ועשר בחברון וא"ו החבור כמו ראובן שמעון (שמות א') ממשא מלך שרים (הושע ח') ודומיהם רבים. ועד"ז נאמר אחד עשר שנים עשר כו'. וכיון שבספירה האמיתת צריך להזכיר המספר שלפניו ולצרף אליו מספר האחדי' כאמור איך יעשה במספר אחד עשר אם יאמר אחד ועשר אחד עשר הרי כפל הענין בפני שוני' ועדיין לא היה מצר' קבוץ האחד והעשר וכיון שא"א לצרפו בפעל רק במחשבה לכן נקרא עשתי עש' כלומר מחשבת העשר להיות שלא יקובץ חבור העשר עם מספר האחד הנוסף עליו רק במחשבה לא בפעל.

נכבדות מדובר בחכמת המספר שהיא הכרחית לכל יודעי דת ודין לשפוט צדק בדבר שיש לו התלות עם המספר והתשבור'(ת) ושלא יצא מתחת ידם משפט מעוקל בחלוקת הבתים והשדות שהם על תמונת שונות לחלוק בשוה וממנה יודע כמה מרובע יתר על העיגול וכמה העיגול יתר על המרובע[51] וכל שיש ברחבו טפח כמה יש בהקיפו וכמה יתר האלכסון

[50] Hayda refers to the sage Ibn Ezra.

[51] This sentence refers to the book of bar Ḥiyya.

מצלע מרובעו כי כל מה שנמצא מדברים האלה בדברי ר "זל פורתא לא דק ולחומרא לא דק אמנם בענין החלוקה שבין המשותפים או בין היורשים ראוי לדקדק ולצמצם בשווי החלוקה וכל החקירות האלה יוודעו הטיב ע"י זאת החכמה והיא מקור שכל החכמות והמלאכות שופעות ונובעת ממנה וכל אופני התחבולות והחידות נודעת ממנה בידיעה יתירה והיא גשר אשר בו תעבור מחשבתנו מאלה הדברים אשר גדלנו מנערותינו והרגלנו בהם חושנו אל הדברים הזרים אצלינו אשר לא הרגילום חושינו[52] והם הדרושים המושכלים והיא סולם מוצב ארצה וראשו מגיע השמימה[53] לעלות בו משפל מצבו אל רום גלגל המזלות והיא המודעת שיעור הגוב' והעומק מבלתי מדיד' והיא המשערת משקל איזה גשם שיהי'(ה) לבלתי העלותו במאזנים והיא המכבדת הקל על הכבו' והיא המשימה העקוב למישור והרכסים לבקעה[54] והיא הרודה במחוזת ועיירות לקרקר קיר באבני קלע ואילי ברזל ותגדל מעלתה עד שיתחייבו ממנה מציאו הדברים שכבר יחשבו אצל קצת בני אדם לנמנע גמור לכן ראוי לדרוש ולחקור אחריה עד מקום שיד שכלו מגעה.

[p. 8] **וכאשר** (ה?)בינותי בספרים המחוברים על חכמת המספר והתשבורת וראיתי כי קצת האריכו למעניתם עד שיקוץ בו כנפם המעיין בתוחלת ממושכה טרם יגיע לתוכן הדבר הנרצה וקצתם הלכו בדרך קצרה וארוכה וקצרו יותר מדאי עד שלא יספוק להגיע ממנו אל המבוקש והלכתי דרך האמצעי ועזבתי הקצוות הפחות והיתרון ואקוה שימצא בחבורי זה שיעור מספיק למעיין שיגיע ממנו אל עומק החכמה הזאת למלאות תאוותו ולהשכי' תשוקתו וכמה ענינים נאותים אשר העליתי ואשר הבאתי ע"י חקירה והתמד'(ה) בהתעסקות והשתדלות זאת החכמה ולהיות שכבר אמרתי שחכמ'(ה) זאת היא מקור שכל החכמות וכל המלאכות נמשכות ממנה לכן קראתי שם חיבור זה

מעש"ה חורש וחושב בעבור חלקי המעשיות וחלקי המחשכ... הנמשכות מזאת החכמה ואתה קורא חביב אל תחשוב לי ללאות וקצור מה שחברתי חבור בלשון אשכנז לאמר מבלתי יכולת בידי לדבר שפת יהודית הוכרחתי להשתמש בשלון לעז הן גרו.. לא ... ולא דבקה לשוני לחכי ודעת שפתי ברור מללו והנה חברתיהו בלשון אשכנז בעבור התועלת אשר ימשך ממנו ליושבי הארץ וסוחריה וכנעניה רוכבי אתונות צחורות שאינם בקיאים בלשון עברית ועדיין אני צריך למודע"י שבכל מקום אשר תמצא נרש' כזה ... אשר הוספתי נופך משלי ולא מנצא מזה בשום ספרים מאומה והנ' אחל בפי המעיין שאם ימצא איזה טעו'(ט) או שניא'(ה) יתקן העני'(ן) כפי ראו'(ת) עינו שכלו וידינני לכף זכות כי מין האנושי אינו בטוח מהשגיאה כמאמר ראש המשורר' שגיאות מי יבין והמשכילים יזהירו בזוהר הרקיע ומצדיקי הרבים ככוכבים לעו' ס ועד אלה הדברים אשר דבר **משה בן המנוח**

מוהרר יוסף היידא זצל מהמבורג נכד של החסיד איש האלקי מוהרר שמואל היידא בעל המחבר ספר זקוקין דנורא ובעורן דאשא זצל

[52] This sentence reminds of Nicomachus or perhaps Mizraḥi.

[53] Cf. Genesis 28:12.

[54] And it is the mission to follow the plains and the ridges to the valley (Isaiah 40:4).

4 References

4.1 Primary sources

Hayda, Moshe ben Yosef: *Sēfer Maʿaśē ḥôrēš we-ḥôšēḇ*. Frankfurt/Main: Johann Kölner 5471, i.e. 1711 CE (Frankfurt/Main Universitätsbibliothek (digital) – Jud. Germ. 1189 [title page ≙ pdf 304; 1^{r} ≙ pdf 312, beginning of the mathematical text with "Nummerieren"], Jud. Germ. 907 [incomplete]; London British Library – BLL0101 3836 814; National Library of Israel (digital) – System number 9900 2130 8560 205171); Harvard University – HOLLIS number 9900 9520 6350 203941 [incomplete].

Hayda, Shmuel ben Moshe (the older): *Sifr(a) ziqquqin de-nura … tanah de-vei 'Eliyahu*. Praha: Yehuda Bak 5436, i.e. 1675/76 CE (Amsterdam University Library – OCLC 7776 21858).

Hayda, Shmuel ben Moshe (the younger): Edition of *Ḥiduše Halaḵot* by R. Samuel Eliezer ben Juda Edels. Berlin 5466, i.e. 1705/06 CE (Halle/Saale ULB, Berlin SB, Amsterdam University Library – OCLC 7777 55917).

Leyb/Löw, Arieh, Segal Shats: *Sēfer Yediʿat ha-ḥešbon*. Amsterdam: Ašer Anšel Ḥazan, Yiśaḵar Baʿer 5459, i.e. 1698/99 CE (Amsterdam Bibliotheca Rosenthaliana, University Library (digital) – OCLC 11546 49346 [1^{r} ≙ pdf 8, title page]; Jewish Theological Seminary of America – OCLC 1228 57043).

Steinheim-Institut: Database of Jewish epitaphs, epidat. Duisburg-Essen: University since 2006.

4.2 Secondary literature

References for encyclopedic historic data are not quoted.

Alicke, Klaus-Dieter: Aus der Geschichte der jüdischen Gemeinden im deutschen Sprachraum. Internet presentation on the basis of the book "Lexikon der jüdischen Gemeinden im deutschen Sprachraum", Gütersloh 2008. Online www.jüdische-gemeinden.de.

Ersch, Johann Samuel; Gruber, Johann Gottfried: Allgemeine Enzyklopädie der Wissenschaften und Künste in alphabetischer Folge. Leipzig 1818–1889.

Faulmann, Carl: Buch der Schrift. Wien 2nd ed. 1880.

Frankfurt, Jüdisches Museum: Infobank Judengasse. Online judengasse.de.

Freudenthal, Gad: From Arabic to Hebrew: The Reception of the Greco- Arab Sciences in Hebrew (Twelfth–Fifteenth Centuries). In: Meddeb, Abdelwahab; Stora, Benjamin (ed.): A History of Jewish-Muslim Relations. From the Origins to the Present Day. Princeton 2013, p. 796–815.

Friedrich, Johannes: Geschichte der Schrift. Heidelberg 1966.

Gihl, Manfred: Altona und seine Feuerwehr von den Anfängen bis heute. Erfurt 2013.

Heuberger, Rachel: Hebräische Drucke und Drucker im Frankfurter Raum. Eine Ausstellung der Stadt- und Universitätsbibliothek Frankfurt a. M. 1994. Online d-nb.info/1051373409/34

Holl, Alfred: The earliest printed arithmetic book in each of 35 European languages. Strömstad Akademi (Fri Skriftserie Nr. 23) July 2022. Online stromstadakademi.se/wp2/publikationer-2/fri-skriftserie/.

Lapon-Kandelshein, Ester; Baruchson-Arbib, Shifra: Hebrew scientific publications from the 15th to the 18th centuries. La Bibliofilía 104 (2002) p. 167–188.

Schudt, Johann Jacob: Jüdische Merckwürdigkeiten. Frankfurt 1714. Online Google books.

Segev, Stela: The Book of the Number by Eliyah Mizraḥi: a mathematical textbook from the 15th century (Hebrew). PhD thesis, Hebrew University of Jerusalem, 2010.

Simon, Rachel: The contribution of Hebrew printing houses and printers in Istanbul to Ladino Culture and scholarship. Judaica Librarianship 16 (2012) p. 125–135.

Simonson, Shai: The mathematics of Levi ben Gershon, the RaLBaG. epaper 2000, u.cs.biu.ac.il.

Singer, Isidore (ed.): The Jewish Encyclopedia. New York 1901–1906. Online jewishencyclopedia.com.

Skolnik, Fred; Berenbaum, Michael: Encyclopaedia Judaica. Detroit 2nd ed. 2007.

Steinschneider, Moritz: Die hebräischen Übersetzungen des Mittelalters und die Juden als Dolmetscher. Berlin 1893, reprint Graz 1956.

Tropfke, Johannes: Geschichte der Elementarmathematik. Bd. 1: Arithmetik und Algebra. 4. Aufl. Vollständig neu bearbeitet von Kurt Vogel, Karin Reich und Helmut Gericke. Berlin, New York 1980.

Zürich, ETH; Aradi, Naomi: Mispar – an open access MediaWiki research platform for the study of medieval Hebrew arithmetic. Online mispar.ethz.ch/wiki/Main_Page.