

Peter Währborg

A. Kommentarer och frågor till Ulf Persson

Bäste Ulf Persson,

Tack för ett glänsande bidrag om än svårtillgängligt för den som saknar utbildning i matematik.

Jag fäster mig vid att du inledningsvis ställer frågorna "är matematiken en vetenskap?", "har den överhuvudtaget något att göra med verkligheten?" osv. Det hade varit intressant att höra dina svar på dessa frågor.

Du knyter an till en fråga som jag tycker är intressant. Frågan om vad matematik egentligen är. Är matematiken ett redskap (metod), men som genom sin expansiva kunskapsutveckling också skapar en egen (metod-) regelbaserad världsbild? Min fråga blir då: Är denna världsbild att betrakta som sann om den inte låter sig motbevisas matematiskt?

Filosofin tycks spela en mycket central roll inom matematiken, t.ex. logiken. Denna koppling har ju förekommit hos t.ex. Bertrand Russell. I dina resonemang kring axiom, postulat och teorem framskymtar dessa filosofiska reflektioner. Jag får dock ingen klar uppfattning om var du står i frågan om matematikens relation till filosofin. Kommentar?

Vilka osäkerhetsfaktorer anser du finns inom den matematiska vetenskapen? Har slumpen någon plats?

Matematiska metoder appliceras stundom för att studera vissa fenomen som t.ex. epidemier, läkemedelseffekter och biverkningar, biologiska förhållanden som t.ex. klimatet eller byggnationer. De studerade variablerna respekterar naturligtvis vissa naturlagar och regelverk, men kan matematiken i sig anses vara en exakt vetenskap?

Inom vilka discipliner anser du att matematiken borde ha en större (eller mindre) plats?

Med vänlig hälsning

Peter Währborg

B. Ulf Persson (UP) svar och svarskommentarer till Peter Währborg (PW)

PW fråga 1: Du knyter an till en fråga som jag tycker är intressant. Frågan om vad matematik egentligen är. Är matematiken ett redskap (metod), men som genom sin expansiva kunskapsutveckling också skapar en egen (metod-) regelbaserad världsbild? Min fråga blir då: Är denna världsbild att betrakta som sann om den inte låter sig motbevisas matematiskt?

UP svar på PW fråga 1: Detta knyter an till frågan huruvida matematiken har en platonisk existens oberoende av människan. Denna kan tolkas på olika sätt, en standardtolkning är att matematiken är sann så länge som den är motsättningsfri (d.v.s. om den inte kan motbevisas matematiskt). Problemet med denna definition är att i intressanta fall kan konsistens inte bevis utan måste vara en trosuppfattning. Men detta gäller i en högre grad vetenskapen i övrigt. Personligen har jag aldrig haft någon större sympati för uppfattningen att matematiken

bara är ett språk, eller enbart ett hjälpredskap, vad skulle det i så fall kunna ersättas av, och vad skulle vi kalla detta? Matematik?

PW fråga 2: Filosofin tycks spela en mycket central roll inom matematiken, t.ex. logiken. Denna koppling har ju förekommit hos t.ex. Bertrand Russell. I dina resonemang kring axiom, postulat och teorem framskyntar dessa filosofiska reflektioner. Jag får dock ingen klar uppfattning om var du står i frågan om matematikens relation till filosofin. Kommentrar?

UP svar på PW fråga 2: Matematiken spelar en mycket större roll inom filosofin än filosofin gör inom matematiken. En seriös filosof kan inte undvika matematiken, medan en matematiker mycket väl kan vara okunnig om filosofi. Matematikens roll inom filosofin har uppenbarligen att göra med möjligheten av säker kunskap, och också vad är kunskap, och finns det någon kunskap om vad som ligger bortom det mest påtagliga. De tidiga grekiska filosoferna sysslade mycket med matematiska och kosmologiska spekulationer, och Platon formulerade matematiska forskningsprojekt (om himlakropparnas rörelse) och kan anses som något av matematikernas skyddshelgon. Matematiker kan mycket väl ha ett filosofiskt temperament, även om inte alla har det, och liksom många barn kan filosofera vid ung ålder kan de även filosofera över tal, speciellt stora sådana. Den mest direkta inflytandet av filosofin på matematiken är att ge den en logisk underbyggnad som betonar matematikens deduktiva natur. Denna har jag vid ett flertal olika tillfällen liknat vid representationen av bilder med pixlar vilket inte har mycket gemensamt med hur vi upplever eller skapar en bild. Den matematiska filosofen C.S. Peirce hävdade att de hela delen är mera fundamentalt än logiken. Russell et al försökte härleda matematiken ur logiken men råkade i stora svårigheter (Gödel), istället har det visat sig att logiken snarare är en form av tillämpad matematik, och de stora framstegen inom logiken har uppkommit just med att införa matematiska metoder. Som Peirce påpekade, en matematiker behöver inte lära sig någon logik, denna är lika naturlig för denna, som modersmålet vilket behärskas utan formella grammatiska kunskaper.

PW fråga 3: Vilka osäkerhetsfaktorer anser du finns inom den matematiska vetenskapen? Har slumpen någon plats?

UP svar på PW fråga 3: Det är mycket oklart vad som skall menas med slumpen i en sådan precis mening att man kan ge ett meningsfullt svar på en sådan fråga. Intuitivt är något slumpartat om det inte har någon skönjbar struktur. Man kan ge matematiska definitioner på hur slumpartat en sekvens av siffror kan vara genom att uppskatta hur mycket informationen i den kan komprimeras, och en sådan komprimering innebär i praktiken att det finns någon regel som ger siffrorna, en regel som är strikt kortare än sifferföljden själv. Detta synsätt förknippas med den ryske matematikern Kolmogorov. Problemet är att man kan visa att vissa sekvenser inte kan vara slumpmässiga men man kan inte bevisa att dom är det, bara att de flesta sekvenser av nödvändighet måste vara slumpmässiga. Jag skrev för några år sedan en artikel om detta som vände sig till en större läsekrets (Hjärnstorm 134-135; 2019).

Ett annat sätt att tolka frågan, vilket jag misstänker är med i linje med frågeställarens intention, är huruvida matematiska resultat är följden av ett mekaniskt förlopp ('räknande'). Att en matematiker lär sig vissa regler och sedan systematiskt utnyttjar dessa (man resonerar 'matematiskt') och sedan följer resultaten obönhörligt. Visst det finns ett ofrånkomligt element av detta, men matematiker som bara sitter och vevar ses ned på av sina kolleger. Det finns ett stort inslag av det oväntade inom matematisk forskning och lösandet av ett problem är inte givet i förväg utan kräver fantasi och tur och någon instinktiv kunskap som inte kan formuleras i ord, vanligen kallad intuition. Om man så vill kan man kalla detta slump. Men vad

som kan tyckas slump behöver inte i efterhand vara oförklarligt. (Att 101,103,107,109 är alla primtal och ligger så nära varandra kan ses som något av en slump, men det har en förklaring: talen är nämligen $3 \times 5 \times 7 \pm 2$, $\pm 2 \times 2$ och lämnas åt läsaren)

PW fråga 4: Matematiska metoder appliceras stundom för att studera vissa fenomen som t.ex. epidemier, läkemedelseffekter och biverkningar, biologiska förhållanden som t.ex. klimatet eller byggnationer. De studerade variablerna respekterar naturligtvis vissa naturlagar och regelverk, men kan matematiken i sig anses vara en exakt vetenskap?

UP svar på PW fråga 4: Matematiken är mer eller mindre per definition en exakt vetenskap, eller i praktiken så exakt som man kan rimligtvis begära. En matematisk tillämpning är av nödvändigheten en approximation, och en sådan kan inte vara exakt, detta är ju hela vitsen med en approximation. Att matematiska tillämpningar inte är exakta, har inget att göra med matematikens inexakthet utan det inexakta i approximationen.

PW fråga 5: Inom vilka discipliner anser du att matematiken borde ha en större (eller mindre) plats?

UP svar på PW fråga 5: Jag är ganska misstänksam när det gäller matematikens tillämpningar inom humaniora och samhällsvetenskap (inklusive ekonomin även om det är inom ekonomin de flesta människor kommer i kontakt med matematikens tillämpningar, låt vara mycket triviala, nämligen i att räkna pengar). De matematiska tillämpningarna inom fysiken och kemin däremot har varit mycket fruktbara även inom matematiken, detta gäller inte ovanstående discipliner. Biologin intar något av en mellanställning. Matematiska approximationer (modeller) visar sig mycket framgångsrika inom naturvetenskaperna i vilket det föreligger en naturlig kvantifiering, medan det mesta av kvantifieringen inom samhällsvetenskaperna är mycket krystade. Exempelvis den typiska enkätfrågan: hur mycket älskar du dina äkta hälft på en skala 1 till 10?