Jens Allwood

A. Kommentarer och frågor till Ulf Persson

Kapitlet innehåller ett antal intressanta reflektioner om och exempel på matematik och matematiska sätt att resonera, men inte så mycket om författarens egna val av metoder.

Allmänna frågor

1. Vad skulle du beskriva som metoder för att nå nya matematiska insikter och resultat? Finns det några andra metoder än att läsa och diskutera och sedan sätta sig ner och tänka?
2. Ibland görs en skillnad mellan vetenskapliga upptäcktsmetoder och vetenskapliga berättigande-metoder (discovery and justification). Matematiska bevis verkar vara mer berättigande-orienterade än upptäcktsorienterade. Finns det några upptäckandemetoder?
3. Har du några egna metoder när du sysslar med matematik?
4. Kan man söka sanning i matematiken? Vad innebär detta i så fall? För mig verkar det som man eventuellt får nöja sig med motsägelsefrihet och konsensus bland matematiker som de slutliga kriterierna. Korrespondens verkar kräva Platonism. Hur ställer du dig till detta?

Frågor på texten

5. Det finns språk utan räkneord. Detta kan göra det svårare att räkna. Varför måste alla vara överens om att räkna? Är det inte snarare så att matematisk notation utvecklats bland annat för att alla inte var överens?
6. Är verkligen alla postulats och axioms sanningsvärden tautologiskt sanna? I Isac Newtons ”Principia” postuleras att rummet är oändligt och att tidens gång är oberoende av om det sker någon förändring. I relativitetsteorin gäller inte längre dessa postulat. Är det inte i själva verket intressant att ha rätt icke-tautologiska postulat, åtminstone om det gäller något som inte bara är en matematisk kalkyl?
7. Det finns numera logiker som tillåter kontradiktioner (dialetheism). Det finns logiker som inte tillåter indirekta bevis (t.ex. intuitionistiska). Är inte detta alternativa logiker?
8. (en exkurs från matematik?) Varför anser du att demokratins kärna inte är att avgöra frågor genom majoritetsomröstning utan i ställe transparens. Antag ett politiskt system där majoritetsomröstning inte är möjlig. Kan detta vara en demokrati? Antag sedan ett politiskt system där alla beslut fattas transparent av en diktator. Kan detta vara en demokrati? Anser du att Sverige är en demokrati? Anser du att ansvarsfördelningen mellan svenska myndigheter är transparent? Anser du att i Sverige det inneboende värdet i argumentet (sak) och inte identitet på personer som framför det (person) är det avgörande? Är inte Sverige en demokrati just i kraft av det har majoritetsomröstning snarare än av att det har transparens och upprätthållande av distinktionen mellan sak och person. Majoritetsomröstning verkar däremot vara ett nödvändigt och eventuellt även tillräckligt villkor för demokrati. Transparens och

avsaknad av ”ad hominem ” argument är önskvärda egenskaper men varken nödvändiga eller tillräckliga för demokrati.

9. Varför innebär det faktum att Peirce ansåg matematik (och logik) vara normativa att de tillhör moralfilosofin? Finns det inte andra normer än de moraliska?
10. (i)Är inte axiom mer som en ”semantik” än en ”grammatik” för det matematiska språket? (ii) Finns det något ”naturligt språk” vi uppfunnit själva?
11. Vad anser du om logiker som tillåter härledning av kontradiktioner (t.ex. i dialetheism)? Se t.ex. Priest et al (2018).
12. (fotnot 10) I Pompeji finns bevarade platta målningar.
13. Kan det verkligen tyckas banalt att uppfinna nya notationer i matematik?
    1. Är de inte snarare essentiella? Skulle matematiskt tänkande, annat än på basnivå, vara möjligt utan extern skriftlig notation?
14. Har du definitioner av ”förståelse” och ”förklaring”? Förklara hur du gett illustrationer av båda begreppen.

Referens

Priest, G., Tanaka, K., Weber, Z. (2018). Paraconsistent Logic. I The Stanford Encyclopedia of Philosophy.

A. Ulf Persson (UP) svar och svarskommentarer till Jens Allwood (JA)

Allmänna frågor

JA Fråga 1: Vad skulle du beskriva som metoder för att nå nya matematiska insikter och resultat? Finns det några andra metoder än att läsa och diskutera och sedan sätta sig ner och tänka?

UP Svar på JA fråga 1: I matematikens väsen ingår att den är tillgänglig för tanken. I den mån andra vetenskaper är tillgängliga för tanken är det på grund av matematisk tillämpning som inte endast behöver vara explicit. Matematikens tillgänglighet för tanken är precis det som fascinerar matematiker samtidigt som den kan stöta bort andra.

Huruvida att tänka är en metod i matematiken är lite väl vagt men kan ha sitt berättigande på en metafysisk nivå. I mitt kapitel har jag presenterat två mycket konkreta metoder. Att finna kongruenta trianglar i ett klassiskt euklidiskt bevis samt att översätta geometriska frågor till algebraisk manipulation som i den kartesiska geometrin. Det är viktigt att påpeka att både den euklidiska och den kartesiska geometrin studerar samma objekt, det rör sig inte om olika geometrier, men däremot om olika metoder.

JA Fråga 2: Ibland görs en skillnad mellan vetenskapliga upptäcktsmetoder och vetenskapliga berättigandemetoder (discovery and justification). Matematiska bevis verkar vara mer berättigandeorienterade än upptäcktsorienterade. Finns det några upptäckandemetoder?

UP Svar på JA fråga 2: Många matematiskt obegåvade personer som studerar matematik (vilka tycks utgöra en majoritet) blir förvirrade när de ställs inför ’bevis’. How do you do proofs, en närmast uppgiven fråga, ty de är vana vid att ges regler att följa. Detta diskuterar jag i mitt kapitel. Vitsen med ett bevis är att förklara och övertyga, två begrepp som är intimt sammanknippade men inte desto mindre ibland divergerar. Orsaken till det senare är att bevis tenderar att vara formella och därmed lätt uppfattas som enbart verifierande. Man skall även hålla i minnet att bevis, ju formellare de är, är en fråga om efterkonstruktioner. Först efter att man förstått en argumentation kan man formulera den i formen av ett rigoröst bevis (och vad som är rigoröst varierar med omständigheterna, alla bevis innehåller luckor som läsaren förväntas kunna fylla ut vid behov), det är inte så att ett bevis skrivs steg för steg, även om det kan läsas så, det är först när det kan läsas med överblick som man kan säga att det förstås. Man kan jämföra med en text på ett främmande språk, om detta måste stegvis översättas till ett mer bekant språk talar vi inte om förståelse utan om dekodning, det är först när dess mening ’pops up’ direkt som vi kan tala om förståelse. Det viktigaste i ett bevis är inte resultatet det leder fram till utan de idéer som det innehåller och som man kan utnyttja i andra situationer. En idé kan inte formuleras i ord såsom ett resultat kan göras utan det ligger inborgat i beviset. Att lära sig matematik är inte en fråga om att memorera resultat (teorem)utan att anamma idéer.

När det gäller upptäcktsmetoder är den kartesiska geometrin ett bra exempel ty det är både handfast och elementärt. Arkimedes fann ut många resultat genom att använda en fysisk intuition, sedan blev det en annan sak att finna ett rigoröst matematiskt bevis som i deduktiv mening berättigade upptäckten (kanske det trots allt ligger något i ’how to do proofs’). Newton använde sin utvecklade infitesmalkalkyl för att finna resultat men när han skrev upp det i Principia gjorde han det på ett euklidiskt sätt. Gränsvärdesbegreppet som var intuitivt självklart fick ingen definitiv rigorös underbyggnad förrän på 1800-talet (Arkimedes var en pionjär och hans argumentation var betydligt mera logiskt rigorös är 1600- och 1700-talets matematik. Som jag ofta brukar påpeka, en logisk rigorös framställning av matematiken är att likna med framställningen av en bild via pixlar. Om man läser av pixlarnas värden dyker ingen bild upp i sinnet.

JA Fråga 3: Har du några egna metoder när du sysslar med matematik?

UP Svar på JA fråga 3: Det finns ett otal metoder på olika nivåer och beror på omständigheterna. Sysslar man med algebraisk manipulering är de tekniska metoderna uppenbart skilda från en mer geometrisk argumentering. Matematisk analys med sina subtila resonemang med oändligheten är mycket väsensskilt från rent algebraiska argument, men de griper in i varandra.

Om jag skall beskriva någon metod som ligger mellan det till meningslöshet gränsande tänkandet och det tekniskt konkreta kan jag inte annat än att påminna mig en metod som jag formulerade som tonåring. Beräkna samma sak på två oberoende sätt och ur denna likhet dra konsekvenserna.

Denna metod beskriver hur många resultat har upptäckts. Ett specialfall är den matematiska induktionen som många läsare har kommit i kontakt med. Ett påstående $P(n)$ skall visas vara sant för alla heltal n, visa att $P(1)$ gäller och att om $P(n)$ gäller så gäller också $P(n+1)$. Det kan vara en formel vars giltighet skall visas, då är problemet att finna formeln må vara en gissning eller en gudomlig inspiration. Härvidlag kan vi särskilja upptäckten från verifieringen. I induktionsbeviset är formeln given, ingen indikation varför just denna kanin har dragits ur hatten, medan själva induktionen är rent mekanisk och ger föga förståelse.

JA Fråga 4: Kan man söka sanning i matematiken? Vad innebär detta i så fall? För mig verkar det som man eventuellt får nöja sig med motsägelsefrihet och konsensus bland matematiker som de slutliga kriterierna. Korrespondens verkar kräva Platonism. Hur ställer du dig till detta?

UP Svar på JA fråga 4: Vad för slags sanning? Sanningen om Gud eller människans natur eller matematiska sanningar? Om man ges en intelligenstest får man något förelagt och skall sedan identifiera det underliggande mönstret. Den fråga man då ställer sig är vad förväntar sig problemställaren ty problemet har inget objektivt svar utan endast ett subjektivt, delar man konstruktörens konventioner är chansen stor att man lyckas väl på testet. Klassiska exempel är att fortsätta en talserie, en sådan uppgift är utan ett givet kontext meningslöst. Detta att gissa vad läraren förväntar sig är en vanlig upplevelse bland elever, som t.ex. i språköversättningar, men personligen har jag aldrig upplevt detta när det gäller renodlade matematiska problem i skolan. Jag har upplevt dem som objektiva på ett helt annat sätt. Visst när det gäller vad som är korrekt och kan publiceras kan vi tala om social konsensus, matematik är någonting som trots allt bedrivs av människor, men det finns alltid övertygelsen om vad människan förmår producera kan senare visa sig fel i en objektiv mening som inte har att göra med rena modenycker, som i så många andra akademiska sammanhang. Skall man tala om sanning i en rent logisk mening hamnar man mycket riktigt i begreppet motsägelsefrihet. Ett formellt axiomsystem kan liknas vid en maskin. Det är meningslöst att tala om axiomens sanningshalt, liksom i en maskin tala om de enstaka komponenternas ändamålsenlighet, i viss mening behöver inte axiomsystemet beskriva något med innehåll alls (detta utgör en parodi på matematiken som framfördes av bland annat Russell och Wittgenstein), dock såsom ett axiomsystem utgör det en entitet som man kan ställa relevanta frågor om, som t.ex. dess konsistens. Men hur löser man detta? Genom att sätta upp ett nytt axiomsystem? Snarare än att matematiken kan ses som ett utskott av logiken, kan man tillämpa matematiken på logiken, och det var denna insikt som genomsyrade logikens pånyttfödelse under dess gyllene årtionde 30-talet - och har sedan dess blivit en tillämpad gren av matematiken. Gödel visade med matematiska metoder (om en blygsamma sådana) att ett givet formellt system tillräckligt kraftfullt för att vara intressant (och vad detta egentligen innebär framgår ut beviset, men brukar sammanfattas att kunna logiskt inkapsulera de hela talen) har satser som inte kan bevisas i ett ändligt antal steg (och hur bevisar man en sats i ett oändligt antal steg frågade sig Hilbert retoriskt, denne var en av pionjärerna i matematematikens formalisering, inte för att han var formalist till temperamentet, utan hoppades kunna utsätta det matematiska tänkandet för en matematisk analys), speciellt inte dess konsistens. Såsom ett matematiskt bevis är inte Gödels bevis speciellt komplicerat, svårigheten ligger i en viss subtilitet som ofrånkomligen uppstår när man vill bädda in metaspråket i vilket man beskriver ett objekt i själva objektet, vilket inte kan göras helt fullständigt. I viss mening innehåller beviset ett oändligt antal steg i och med att läsaren uppmanas att i tanken gå igenom ett oändligt antal fall. Om man gör detta i praktiken kommer man aldrig fram. Exempelvis hur bevisar man att ett system är motsägelsefritt? Man går igenom alla slutsatser man kan dra på et systematiskt sätt och finner man inga kan man dra slutsatsen att systemet är motsägelsefritt. Detta kan inte göras i praktiken, det enda man kan hoppas på att man påträffar en motsägelse, då har man bevisat att systemet är inkonsistent, man kan inte bevisa motsatsen, men det behöver inte betyda att det inte är sant, själva begreppet motsägelsefrihet existerar och det kan vara så att detta är fallet även om det ligger bortom mänsklig förmåga. Frågan har ett innehåll och huruvida det är sant eller falskt är meningsfullt. Detta är ett dilemma i vetenskapen i stort, alla resultat man kommer fram till är provisoriska, men det betyder inte, pace postmodernisterna att Sanningen med stort S inte existerar. Kopplingen till Platonismen och ytterst dess religiösa innebörd är klar. Dock kan man inte ur detta förkasta Platonismen för parafrasera Collingwood, att så göra vore en platonisk och religiös handling i sig själv.

Ur detta framgår kanske att matematiker inte bekymrar sig om Gödels sats, den tillhör den matematiska metafysiken.

Frågor på texten

JA Fråga 5: Det finns språk utan räkneord. Detta kan göra det svårare att räkna. Varför måste alla vara överens om att räkna? Är det inte snarare så att matematisk notation utvecklats bland annat för att alla inte var överens?

UP Svar på JA fråga 5: Om alla inte är överens om att räkna måste vi komma överens av praktiska skäl, så mycket riktigt man kan hävda att räkneorden (den matematiska notationen) utvecklades av dne anledningen, men inte för att befästa det hela utan för att uppnå konsensus, att höja sig över det subjektiva.

JA Fråga 6: Är verkligen alla postulats och axioms sanningsvärden tautologiskt sanna? I Isac Newtons ”Principia” postuleras att rummet är oändligt och att tidens gång är oberoende av om det sker någon förändring. I relativitetsteorin gäller inte längre dessa postulat. Är det inte i själva verket intressant att ha rätt icketautologiska postulat, åtminstone om det gäller något som inte bara är en matematisk kalkyl?

UP Svar på JA fråga 6: I och med att fysiken Principia gavs en formellare presentation var det möjligt att identifiera postulat (axiom om innehållet) och axiom (axiom om själva resonerandet, som är betydligt vanskligare att formulera) blev det möjligt att ifrågasätta mer och mer. Det man inte kan formulera kan man inte heller ifrågasätta. När man ger Gud ett namn kan man ifrågasätta honom, rent av förneka honom.

JA Fråga 7: Det finns numera logiker som tillåter kontradiktioner (dialetheism). Det finns logiker som inte tillåter indirekta bevis (t.ex. intuitionistiska). Är inte detta alternativa logiker?

UP Svar på JA fråga 7: Om man formaliserar logiken blir denna något som man kan ändra, men man kan inte formalisera all logik, ty det finns även metalogiken. Den formella logiken reduceras till trafikregler men när man lyfter blicken och ser logiskt på den formella logiken använder man inte den formella logiken. De logiker som laborerar med kontradiktioner inom logiken aktar sig för motsägelser i sitt eget tänkande om den. Varför skall vi inte utesluta det tredje, om vi gör detta hamnar vi i en massa absurditeter, således bör vi inte göra detta utan använda en logik som inte utesluter. Detta påstående är ett exempel på ett metaresonemang, och som sådant ett exempel på ett motsägelsebevis! Vi skall alltså skilja mellan den formella logiken, som är en slags leksakslogik och den omgivande, den förra är en form av konvention, den senare är platonsk och moralisk.

JA Fråga 8: (en exkurs från matematik?) Varför anser du att demokratins kärna inte är att avgöra frågor genom majoritetsomröstning utan i ställe transparens. Antag ett politiskt system där majoritetsomröstning inte är möjlig. Kan detta vara en demokrati? Antag sedan ett politiskt system där alla beslut fattas transparent av en diktator. Kan detta vara en demokrati?

Anser du att Sverige är en demokrati? Anser du att ansvarsfördelningen mellan svenska myndigheter är transparent? Anser du att i Sverige det inneboende värdet i argumentet (sak) och inte identitet på personer som framför det (person) är det avgörande? Är inte Sverige en demokrati just i kraft av det har majoritetsomröstning snarare än av att det har transparens och upprätthållande av distinktionen mellan sak och person. Majoritetsomröstning verkar däremot vara ett nödvändigt och eventuellt även tillräckligt villkor för demokrati. Transparens och avsaknad av ”ad hominem ” argument är önskvärda egenskaper men varken nödvändiga eller tillräckliga för demokrati.

UP Svar på JA fråga 8: Förr var Gud helig, numera är demokratin helig. Att ifrågasätta demokratin är en hädisk handling, som även om det inte innebär avrättning (det ser demokratin till) så leder den till permanent social uteslutning. Precis som teologer försökte utreda Guds innersta väsen försöker nu statsvetare utröna vad som är demokratins innersta väsen. Att jämföra demokratin med religionen kan ses som ett försök att förlöjliga den och därmed ifrågasätta den, men man kan även vända på begreppen och se religionens jämförelse med demokratin som ett sätt att legitimera religionen. Den må vara ett mänskligt tankefoster men så är uppenbarligen även demokratin. Liksom demokratin försöker transcendera den mänskliga begränsningen genom att bekänna sig till vissa politiska principer så skall även religionen ses som ett försök att höja sig över den mänskliga svagheten. Vi talar om idéer och ideal, som visserligen kan härledas från mänskligt tänkande, men inte desto mindre har ambitionen att gå utöver detta. Men liksom den traditionella gudsbilden är besudlad a vanföreställningar och ren vidskepelse, så utgör den populistiska bilden av demokrati som majoritetsstyre en grav missuppfattning. Jag betonar istället för omröstningar så utgör demokratins kärna transparensen. Frågan om majoritetsomröstning är intrikat, ett visst mått av ’accountability’ måste krävas av politiker, och det är den funktionen som allmänna val fyller. Många ser kontinuerligt majoritetsstyre som i Schweiz som ett demokratiskt ideal, men det är i min mening naivt. Problemet med majoritetsbeslut, som i allmänna val, är att det osökt leder till populism. Politiker tvingas att ta hänsyn inte till argument utan en mer eller mindre chimär folkvilja som kan manipuleras. Politiken reduceras till en marknad där det gäller att anpassa sig efter vad modet föreskriver. Väljarkåren blir till en demon som man både måste vara till lags och som man måste begränsa. Man kan se dessa tendenser i dagens USA.

Det är ganska vanskligt att föra en logisk politisk diskussion ty motsägelserna stirrar en i ansiktet. Huruvida en diktator kan styra helt transparent kan antingen ses som en abstrakt logisk tankelek. (Popper konfronteras med samma dilemma, skall man tolerera intoleransen och hans slutsats är att de skall man inte, och därmed sanktionerar man intoleransen i vissa sammanhang varvid man faktiskt tolererar den. Likheten med Russellparadoxen bör vara uppenbar.) Man kan även hävda att en diktator har en begränsad makt över sina undersåtar, och den makt han har bygger på gemensamma myter; kravet på transparens gör det mycket svårt att skapa sådana gemensamma myter. Sedan är transparensens uppgift att just möjliggöra kritik utan den förtvinar den.

Frågan om demokratin i Sverige påminner om frågan huruvida Sovjetstaten var kommunistisk. Svaret var nej, men att det var på väg mot den ideala kommuniststaten. Jag vidhåller att transparensen är det viktigaste och majoritetsomröstningar är av värde endast om de främjar transparens, och som vi ser är inte alltid detta fallet. Inom vetenskapen råder en hög grad av demokrati tack vare det närmast moraliska kravet på transparens. Vad som är sant och falskt inom vetenskapen är inte en fråga om formella omröstningar, sedan är det en annan sak att i det långa loppet så skapar transparensen en överväldigande konsensus som inte konstrueras fram utan påtvingas genom empiri (Poppers falsifieringsprincip) medan i en politiskt betingad konsensus inte sällan bygger på ränker, röstfiske, kohandel och pragmatiska kompromisser. Som påpekats majoritetsomröstningar kan manipuleras, och jag talar inte om klassiskt valfusk med ogiltiga röster och felräkningar (även om den omtalade gerrymeandering i USA syftar till att begränsa olämpliga grupper att komma till tals) utan om hur den förmenta folkviljan, ett val har till uppgift att formulera, kan manipuleras. Men som sagt allmänna val fyller en viktig funktion men det är långt ifrån klart hur en sådan kan komma till bästa uttryck.

JA Fråga 9: Varför innebär det faktum att Peirce ansåg matematik (och logik) vara normativa att de tillhör moralfilosofin? Finns det inte andra normer än de moraliska?

UP Svar på JA fråga 9: Vi har sannings- och estetiska normer samt moraliska, enligt klassiskt platonskt maner. Sanningsnormen och den moraliska normen är intimt förknippade med uppfattningen att det är omoraliskt att ljuga, d.v.s. man bör uppehålla en transparens när det gäller faktiska omständigheter. Som ovan påpekats den formella logiken blir just genom sin formalitet en leksak och i en lek bestämmer vi själva de moraliska reglerna. Men metalogiken rör efterföljsamheten av de lekfulla moraliska reglerna och kan inte läggas till. Vad vore det för vits med att lägga till regeln att reglerna måste följas! Den logik som ligger till grund för det ’rätta’ tänkande har en moralisk dignitet, nämligen att upprätthålla transparensen.

JA Fråga 10: (i) Är inte axiom mer som en ”semantik” än en ”grammatik” för det matematiska språket? (ii) Finns det något ”naturligt språk” vi uppfunnit själva?

UP Svar på JA fråga 10: För det första vad menas med det matematiska språket? Ja det hävdas ibland att matematik inte är något annat än ett språk. Denna missuppfattning kan vi lämna därhän. Däremot kan matematiken givetvis beskrivas med ett språk. precis som vilken annan mänsklig verksamhet eller naturliga fenomen för den delen. Det finns en mängd matematiska begrepp med egna namn och inte minst egna notationer (som integraler etc.), men detta har ingenting speciellt med matematik att göra. För ett par hundra år sedan skrevs den mesta matematiken på latin numera på engelska, det mesta av matematiken beskrivs av ett naturligt mänskligt språk, vilket är knappast förvånande eftersom texten i en matematisk artikel är att betrakta som ett metaspråk. Man talar om matematiska formler som språk vilket dock är missvisande. Formler är inte så mycket till för att uttrycka någonting utan för att manipuleras. Formler kombineras och bildar nya formler. En matematisk text kan till en stor del utgöras av formelmanipulation som utgör en närmast mekanisk väg att finna nya upptäckter inom matematiken (jmfr dess embryo den kartesianska matematiken). En formelmanipulation inleds oftast med en förklarande text och kan inte sällan avbrytas av en sådan. Att manipulera formler är inte samma sak som att uttrycka sig språkligt utan mer som att låta en maskin gå. En schackspelare flyttar sina pjäser, detta kan språkligt kommenteras, men kan knappast anses som ett språkligt uttryck i sig självt, utan som en serie av handlingar, so i sig kan säga mer än ord. Det närmaste man kan komma ett matematiskt språk är faktiskt mängdläran, vars matematiska innehåll är magert.

Jag förstår inte riktigt frågan (i). Vitsen med den formaliserade axiomatiken enligt Hilbert (jmfr ovan) var att begreppen (som punkt, linje etc.) skulle inte ha någon mening (semantik) bara sätten de kombinerade med varandra (grammatik). På samma sätt en pjäs i schack är definierad via de sätt den kan förflyttas på (vilket givetvis har en mening). Visst axiom kan ges mening, men då talar man om modeller. Matematikern som inte är en formell logiker har givetvis en känslomässig relation till de matematiska begreppen som har en definitiv (oftast platonsk) mening. I själva verket det är denna känslomässiga bindning som har uppkommit genom ett otal associationskedjor som gör att matematiker överhuvudtaget kan syssla med matematik. Så även om punkt bara är ett meningslöst ord som kombineras med andra meningslösa ord så kommer alla dessa relationer det kan ingå i med andra meningslösa ord att skapa en mening för just ordet punkt.

(ii) verkar inte vara en matematisk fråga om man skall föra tankarna till esperanto och liknande. Talar man om ett naturligt språk i matematiken kan man nämna mängdläran som faller sig ganska naturlig efter en inledande bekantskap.

JA Fråga 11: Vad anser du om logiker som tillåter härledning av kontradiktioner (t.ex. i dialetheism)? Se t.ex. Priest et al (2018).

UP Svar på JA fråga 11: Jag måste erkänna att jag aldrig tidigare hört talas om dialethism, på mig verkar det som en obskyr sekt som gärna kan vara kvar i obskyriteten. Antingen är det nonsens eller extremt övervärderat. En snabb blick på engelska Wikipedia avslöjar att det inte rör sig om en formell logik utan snarare tvärtom. I dagligt tal stöter vi ständigt på motsägelser och de som tar dessa på allvar betraktas som lätt autistiska. Mängden av alla mängder är ett intuitivt begrepp som inte leder till någon konflikt ty det vardagliga språket är alltför lätt. Ja naturliga språk tjänstgör som sina egna metaspråk, man kan tala om ett språk genom att använda samma språk, och det är ett välkänt faktum att man kan säga mycket nonsens med språk utan att det (nödvändigtvis) leder till världens undergång. Jag brukade hävda i min ungdom att ett djupsinnigt uttalande karaktäriseras av att dess motsats är lika sann. 'Livet är underbart' uttrycker en djup sanning, likaså 'Livet är ett helvete' utan att för den skull beteckna helvetet som underbart. Man kan i min mening inte tala om dialethesisk logik utan det är att ses som ett erkännande av språkets ologiska struktur och därmed en hyllning till det ologiska, vilket inte är samma sak som en hyllning till dumheten eller oförnuftet (i sann dialethisk anda!). Det sociala umgänget bygger inte på att kommunicera sanningar, utan tvärtom, att vilseleda och manipulera. En språklig utsaga i ett socialt sammanhang har inget sanningsvärde, det intressanta är inte vad det bokstavligen säger, utan vilka sociala konsekvenser det har, inte minst språkliga.

JA Fråga 12: Sid 7 (fotnot 10) I Pompeji finns bevarade platta målningar.

UP Svar på JA fråga 12: 7. Jo jag har ett minne av dessa. Visserligen senare än klassisk grekisk tid men ändå av uppenbart intresse. Jag har aldrig studerat dem närmare. Målningar har i allmänhet inte överlevt tidens tand så vi har föga aning om dem. Perspektivet må ha varit mycket känt bland grekerna, den matematiska principen är så enkel och innehållet i Euklides (som för övrigt skrev en bok om optik i samma anda).

JA Fråga 13: Kan det verkligen tyckas banalt att uppfinna nya notationer i matematik? Är de inte snarare essentiella? Skulle matematiskt tänkande, annat än på basnivå, vara möjligt utan extern skriftlig notation?

UP Svar på JA fråga 13: Notions not notations lär Gauss ha sagt i engelsk översättning (Gauss var liksom Goethe en stor beundrare av Scott och kunde säkert engelska, liksom Goethe) är nyckeln till genombrott. Det ligger mycket i det. Dock Descartes införde modernare notationer, gamla notationer i algebra påminner mycket om modern texkod. Man kan hitta skräckexempel på gammal förlegad notation. $e^{\pi t} = \cos t + i \sin t$ är urtypen för en vacker formel (Eulers formel) men hur skulle den se ut med annan notation? eul K)papo ·q· Ima ·q· u (!!Cz inc)u(¿¿Ima·q·Sz inc)u(, knappast vacker. Formler bygger mycket på det visuella och ger en snabb överblick. Leibniz notation anses överlägsen Newtons med dy/dx och integraltecken. Engelska matematiker höll fast vid Newtons klumpigare terminologi medan kontinentala matematiker anammade Leibniz och tog över kalkylen. Dock skall man inte dra för stora växlar på detta. Notation är oftast en fråga om evolution, det som passar bäst överlever.

JA Fråga 14: Har du definitioner av ”förståelse” och ”förklaring”? Förklara hur du gett illustrationer av båda begreppen.

UP Svar på JA fråga 14: Humanister gör en stor poäng av att de förstår medan naturvetare bara förklarar. Man skulle kunna hävda att förklara är en formell förståelse och en förklaring kommer utifrån och kan kommuniceras. Oftast har det samband med en verifiering. Jag skall förklara varför något är sant. Medan förståelsen kommer inifrån och kan inte förmedlas ty den kan inte kläs i ord, endast i bästa fall ’evokeras.