Elisabeth Ahlsén

A. Kommentarer och frågor till Ulf Persson

Ulf Perssons presentation av matematikens metoder är relativt teknisk för en icke-matematiker i sina exempel. Dessa kommenteras därför inte här, utan frågorna är mer utifrån ett allmänt och tvärvetenskapligt perspektiv. Det kan vara lite svårt att i artikeln se skogen för alla träd, så därför kommer några mer specificerande frågor.

1. Bör matematikundervisning vara konkret eller inte? Vilka är de eventuella för- respektive nackdelarna? Detta berörs men att få frågan utvecklad tydligare vore intressant för läsaren.

2. Det nämns att den logiska basen för matematiken enligt Peirce hör till moralfilosofin. Förklara gärna hans resonemang. Är det riktigt, enligt dig?

3. Framställningen omfattar ett ganska brett fält. Var går gränserna för matematik i förhållande till ämnen som filosofi, teknologi, fysik?

4. Är allt i kapitlet att betrakta som tillhörande ämnet matematiska metoder? Vad är det mest centrala som rör just matematiska metoder?

5. Kommentera gärna vilket förhållande och beroende som finns mellan matematik och filosofi.

6. Har du själv en matematisk ”favoritmetod” – i så fall vilken och varför?

B. Ulf Persson (UP) Svar och svarskommentarer till Elisabeth Ahlsén (EA)

EA Fråga 1: Bör matematikundervisning vara konkret eller inte? Vilka är de eventuella för- respektive nackdelarna? Detta berörs men att få frågan utvecklad tydligare vore intressant för läsaren.

UP Svar på EA fråga 1: Matematikundervisningen är väl ganska konkret, dock för att kunna förstå matematik måste man vara kompetent att på egen hand kunna abstrahera annars rör det sig inte om matematisk kunskap. Ett exempel: Jag må ha varit 5-6 år när jag av min far informerades om att 30+30=60. Jag visste redan att 3+3=6 och jag minns den spontana känslan av att det finns ett system och därefter förstod jag hur talsystemet var uppbyggt. Att formulera denna förståelse var jag då inte mäktig, och jag vet inte ens om jag skulle vara det idag heller. Minnet av denna händelse är fortfarande mycket livlig, jag stod vid en hässja under slåttern vid mina morföräldrars gård utanför Nordmaling. Sådana upplevelser brukar gå under namnet Aha-upplevelser och det är typiskt för inlärningen av matematik. En abstrakt insikt kan inte förmedlas utan endast provoceras fram av ett konkret exempel. Sedan är det en annan sak vad som menas med konkret, kriteriet för detta ändras under individens utvecklingshistoria. Sedan kan man diskutera hur konkret man skall vara under omständigheterna, det talas ibland om att man skall dansa fram matematiken, eller gå ut i skogen och räkna kottar. Motoriska övningar må ha sitt berättigande inom fysisk och språklig fostran men knappast inom matematiken som är en utpräglat mental företeelse. Jag kan också påpeka att när jag kom först i kontakt med de Platonska kropparna tidigt i tonåren förfärdigade jag modeller av dessa med hjälp av de kartonger man fick när man handlade kläder. Jag var mycket dålig i slöjd, men fascinerad av en trädbit som hade både längd, bredd och tjocklek, medan en kant (en linje) hade bara längd (tittade man på en kant med förstoringsglas så ändrades denna inte, den var lika tunn). Vidare anammade jag begreppet skala ögonblickligen. Med andra ord det enda jag minns från slöjden med behållning var denna anknytning med matematiken, det var inte så att matematiken blev intressant tack vare kopplingen till slöjden. Dock skall det inte förnekas att denna koppling mellan matematiken och en fysisk verklighet är av stort värde och kanske mest observeras och uppskattas av de matematiskt lagda, ty de som upplever matematiken bara som ett sadistiskt skolämne ser spontant inga samband. Sedan kanske jag skall tillägga att mitt infantila intresse för sport (vi går alla genom en sådan period) var grundat på 'siffror' framför allt som det uttrycker sig i fri-idrotten.

EA Fråga 2: Det nämns att den logiska basen för matematiken enligt Peirce hör till moralfilosofin. Förklara gärna hans resonemang. Är det riktigt, enligt dig?

UP Svar på EA fråga 2: Vad jag vill minnas för inte Peirce något längre resonemang utan bara noterar det. Jag höll spontant med honom fastän jag inte tänkt i dessa banor. Peirce gör en skillnad mellan matematisk logik, där han var en av pionjärerna, och den logik som ligger till grund för det matematiska resonemanget (till skillnad från det matematiska tänkandet som går utöver logiken). Rättvisa och logiskt tänkande upplevs av människan som mycket närstående, att bryta mot det väcker vår indignation. Den matematiska logiken är en del av matematiken, medan det logiska tänkandet utgör själva grundvalen, den moraliska om man så vill. Peirce påpekar på ett annat ställe att matematikern behöver inte kunna någon logik, det logiska tänkandet är inneboende och något han knappast behöver vara medveten om. Om man vill tänka på logiken logiskt gör man matematik av den och därmed blir det en del av matematiken. Sanningstabeller, som lär ha introducerats av Wittgenstein men som jag misstänker går tillbaka till stoikerna, åtminstone i implicit form, är ett exempel på matematisk logik. Med sanningstabeller kan man ge en formell och instrumentell tolkning av grundläggande logiska begrepp som implikationer, negationer, och, eller, utan att ens behöva gå in på vad de innebär. En liten 'soduko' uppgift är att visa att endast två av dessa konnektiver behövs för att uttrycka dem all genom att göra detta explicit. Vad är vinsten med detta? Att hjälpa typografen innan digitaliseringen? När man resonerar om logiken använder man logiken, men denna självreferens bryts av att när logiken studeras blir den ett objekt och får således en annan innebörd, men den intuitiva logik man resonerar genom studeras inte och blir därmed inget begrepp utan utgör på den metafysiska nivån en moralisk kraft. Man kan tala om mängden av alla mängder, men den mängden kan endast ses i metaforisk mening, om den ges en teknisk mening och behandlas som mängder i gemen hamnar vi i Russellparadoxen. Lite mera fantasifullt kan man hävda att judarnas obenägenhet att sätta namn på Gud är av liknande ursprung.

EA Fråga 3: Framställningen omfattar ett ganska brett fält. Var går gränserna för matematik i förhållande till ämnen som filosofi, teknologi, fysik?

UP Svar på EA fråga 3: Matematikens gräns till filosofin har diskuterats ovan. Det gäller speciellt frågan om vetandets underbyggnad, speciellt matematikens grundvalar. Alla seriösa filosofer har klassiskt engagerats av matematiken, och även många oseriösa (franska strukturalister som nyttjar matematiken för glansens skull). Platonismen är ett klassiskt exempel på samröret mellan matematik och filosofi. Fysiken blev en vetenskap först i och med att den blev matematisk. Galileo kan ses som den moderne pionjären därvidlag, känd för sitt yttrande om fysikens lagar i det språk som kallas matematiken; man kan dock problematisera detta med att reducera matematiken till ett språk, vilket i mitt tycke är gravt missvisande. Galileo hade givetvis föregångare, man behöver bara nämna Arkimedes, och man kan se den euklidiska geometrin som ett amalgemang av matematiken och den rumsliga utsträckningens fysik, vilket jag betonar i min text. Vad som klassiskt skiljer matematiken från fysiken är den empiriska komponenten, i fysiken gör man experiment (även om man nu även i matematiken kan tala som sådant i och med intrånget av datorer) och man 'bevisar' lagar via experiment och inte genom ren deduktion som i matematiken. Dock har försök gjorts att axiomatisera fysiken. Arkimedes resonerar mycket rigoröst och matematiskt när han försöker härleda fysikaliska lagar som inom hydrodynamiken (Arkimedes princip) och Newton skriver sin Principia i Euklides anda, men detta är en efterhandskonstruktion och har föga att göra med upptäcksvägen. I fysiken konfronteras man med en värld man försöker tolka medan man i matematiken skapar en vars manifestationer först i efterhand träder fram. Man skall dock inte förväxla detta med att betrakta den matematiska verkligheten som ett fantasifoster; den fysiska världen är 'fysikaliskt' påtaglig, den påverkas av oss oavsett om vi vill eller inte.

När det gäller teknologin har den många beröringspunkter med matematiken. Både matematikern och ingenjören måste hantera en obeveklig logik, mental i matematikerns fall, materiell i ingenjörens. Ett matematiskt resonemang som i ett formellt bevis liknar mycket en maskin som måste fungera, de olika delarna måste passa in. I och med datorernas utveckling har vi ni även ett mellanting mellan matematiken och ingenjörskonsten, nämligen programmeraren. Beviset, koden och maskinen är alla nära besläktade. Den matematiska vardagen är fylld av teknik, d.v.s. matematiska resonemang blir gärna mycket tekniska, som Peirce påpekade, de långa deduktiva kedjorna i matematiken har ingen motsvarighet hos andra mentala verksamheter som filosofi, historia, etc, men har dock en motsvarighet inom sofistikerade teknologiska apparater (maskiner). Tingens obeveklighet (mentala såväl som materiella, och varje tanke som underställs tanken blir till ett ting ett närmast materiellt objekt) tvingar fram en attityd av ödmjukhet och saklighet som leder till åtminstone potentialen för ömsesidig respekt. Ingenjören kan dock ignorera matematikern såsom världsfrånvänd (som matematikern Ulam påpekade, matematiska frågeställningar om urvalsaxiomets giltighet, har inte den minsta praktiska betydelse, liksom alla frågor som rör högre kardinaltal, man kan t.o.m. ifrågasätta deras matematiska relevans!) medan matematikern är något av en snobb, och hävdar att utöver det rent tekniska innehåller matematiken en visionär komponent som inte föreligger hos ingenjören.

EA Fråga 4: Är allt i kapitlet att betrakta som tillhörande ämnet matematiska metoder? Vad är det mest centrala som rör just matematiska metoder?

UP Svar på EA fråga 4: Det mesta i kapitlet rör matematiska metoder, men eftersom dessa måste illustreras av relativt elementär och oteknisk matematik, gör de knappast matematiken och matematikerns arbete rättvisa. Dock den centrala delen utgörs av den revolution som kartesiska koordinater medförde. Det ändrade inte på studieobjektet som sådant, nämligen den euklidiska geometrin, men den ändrade fundamentalt sättet att tänka på geometrin. De deduktiva kedjorna ersattes av 'räknande' (men givetvis är räknandet logiskt betvingat men det är mekaniskt på ett helt annat sätt än det deduktiva tänkandet, och därmed mera generellt. Denna var endast en av de metodologiska revolutioner som matematiken har genomgått under de senaste århundranden, infinitesimalkalkylen är en annan för vilken de kartesiska koordinaterna beredde vägen.

EA Fråga 5: Kommentera gärna vilket förhållande och beroende som finns mellan matematik och filosofi.

UP Svar på EA fråga 5: Denna fråga har till en del besvarats genom frågorna 2. och 3. Jag skall bara tillägga att det mest fascinerande med matematiken är inte dess sanningsvärde utan hur olika, till synes vitt skilda delar av matematiken är förenade på närmast outgrundliga vägar. Detta ingår i vad jag ovan refererade till som den visionära komponenten. Välkända exempel på detta är teorin för komplexa funktioner, d.v.s. funktioner av komplexa variabler som har ett något tekniskt rigididetsvillkor och som spelat en stor roll inom fysiken (de kan betraktas som konforma avbildningar mellan områden i planet) och ren talteori, närmare bestämt primtalsfördelningar, vilket etablerades av den tyske matematikern Riemann i mitten av 1800-talet och vars hypotes utgör den moderna matematikens mest glorifierade problem.

Om man talar om akademiska institutioner så brukar traditionellt matematiska logiker återfinnas på filosofiinstitutioner medan en del har presenterat sig som datavetare.

EA Fråga 6: Har du själv en matematisk ”favoritmetod” – i så fall vilken och varför?

UP Svar på EA fråga 6: Det närmaste jag kan komma att presentera en 'favoritmetod' är beräkningar av eulerkaraktäristiker, men denna del av mitt ursprungliga kapitel ströks av allehanda skäl, inte bara utrymmesskäl, så jag kan inte gå närmare in på detta.