

ACTA ACADEMIAE STROMSTADIENSIS

**Lars Broman**



**Solenergi för  
räknekunniga**

No. VI, AUGUSTUS MMXII

ISBN 978-91-86607-06-7

# Solenergi för räknekunniga

**Lars Broman**

*lars.broman@stromstadakademi.se*

## Förord

Idén med detta kompendium är att förmedla grundläggande kunskap om solenergi – i första hand solenergiteknik – till målgrupper som har läst gymnasiematematik motsvarande NV-programmet. Andra grundläggande texter i ämnet är oftast skrivna med ett minimum av matematik, och sådana behövs naturligtvis också och kan nå en större läsekrets. Dock är det då svårt att ge en djupare förståelse för alla knepigheter som har att göra med solens rörelse på himlen, de olika skikten i en solfångare eller en solpanel. Därför menar jag att en text som denna behövs. För den som vill tränga ännu djupare har jag skrivit Solar Engineering, a Condensed Course, avsedd för senare år i civ.ing-utbildning eller i kurser på magisternivå. Den är utgiven som rapport nr 2 i Acta Academiae Stromstadiensis.

Kompendiet förutsätter alltså hyfsade kunskaper i matematik, men inte så mycket i den fysik som berör solenergi. Därför innehåller de två första kapitlen grundläggande energifysik. I kapitel 1 introduceras exergibegreppet vid sidan om energibegreppet, för förstår man skillnaden mellan dem blir fortsättningen mycket klarare. Kapitel 2 behandlar ljuspartiklarna fotoner och hur de växelverkar med materia: fotsyntes – ett nytt begrepp som introduceras här för första gången.

Första upplagan av Solenergi för räknekunniga skrevs för en kurs i solenergiteknik som jag höll för studenter i jägmästarutbildningen på Sveriges lantbruksuniversitet SLU i november 1998. Följande upplagor kom ut i november 1999, också den för SLU, oktober 2003 för en kurs på Åbo akademis filial i Vasa, Finland, samt i februari 2011 för ljudteknikstudenter på Högskolan Dalarna. Denna upplaga innehåller alla tillägg, rättelser och förbättringar som gjorts i tidigare upplagor. Till skillnad från tidigare upplagor som varit i A5-format har denna gjorts om till A4-format. Appendix 4 är ett tillägg från 2011.

Falun i augusti 2012

Lars Broman.

## Innehåll

1. Energielementa	3
2. Fotsyntesen	6
3. Solen	8
4. Solfångare	12
5. Solceller	16
Olenergi för räknekunniga: Svar på uppgifter	18
Appendix 1: Månadsvärden av total, direkt och diffus solinstrålning	21
Appendix 2: Beräkning av månatlig solinstrålning mot olika ytor	22
Appendix 3: Latitud för olika städer	24
Appendix 4: Tentamensuppgifter i solenergiteknik	25

# 1. Energielementa

Energi kan vara potentiell energi eller kinetisk energi, båda på makro- eller mikronivå. Dessutom bär fotoner energi; se kap 2.

**Potentiell energi (lägesenergi) på makronivå:** Ett föremål kan ges lägesenergi genom att det förs mot ett kraftfält, ett föremål med massa i ett gravitationsfält eller ett föremål med laddning i ett elektriskt fält. Ökningen i potentiell energi är lika med det arbete som utförs,  $W = F \cdot s$ :

$$E_p = (mg)(\Delta h) \quad [\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2 \cdot \text{m} = \text{Nm} = \text{J}] \quad \text{respektive} \quad (1.1)$$

$$E_p = (q \cdot U/s)(s) = qU \quad [\text{As} \cdot \text{V} = \text{VAs} = \text{Ws} = \text{J}] \quad (1.2)$$

**Uppgift 1.1.** Trängsletdammen innehåller 880 miljoner  $\text{m}^3$  vatten med en genomsnittlig höjd över havet på 400 m. Beräkna dammens potentiella energi.

**Potentiell energi på mikronivå** kan antingen vara välordnad, som i ett laddat batteri, eller ganska välordnad, som i löst hopbundna molekyler (kemisk energi):

$$E_{\text{batteri}} = qU \quad [\text{J}] \quad (1.3)$$

Eftersom ett bilbatteri har given spänning (12 V) anges ofta dess energiinnehåll i amperetimmar. En amperetimme motsvarar  $12 \cdot 1,36 \cdot 10^3 \text{ J} = 4,32 \cdot 10^4 \text{ J}$ . Energiinnehållet i ett bränsle är lika med den värme som man får ut vid den omlagring av atomer (från t ex kolväten till  $\text{CO}_2$  och  $\text{H}_2\text{O}$ ) som kallas förbränning.

**Uppgift 1.2.** Ett NiMH-batteri kan laddas med 140 mAh vid 1,2 V. Hur mycket potentiell energi innehåller ett fulladdat sådant batteri?

**Kinetisk energi (rörelseenergi) på makronivå** skapas genom accelerationsarbete  $W = F \cdot s$ , där  $F = m \cdot a$ :

$$W = Fs = mas = m(v_{\text{slut}}/t)(v_{\text{medel}}t) = mv_{\text{slut}}(v_{\text{slut}}/2) = mv^2/2 \quad (1.4)$$

$$[\text{kgm}^2/\text{s}^2 = \text{Nm} = \text{J}]$$

Även elektricitet kan betraktas som kinetisk ordnad energi på makronivå, men då är det elektronernas laddning i rörelse som är den elektriska energin (inte elektronernas massa):

$$E_{el} = U \cdot N_e \cdot q_e = Ult \quad [\text{VAs} = \text{Ws} = \text{J}] \quad (1.5)$$

Kinetisk energi på makronivå är helt välordnad (alla molekyler/laddningar rör sig åt samma håll).

**Uppgift 1.3.** Beräkna rörelseenergin hos en stor tankbåt (400 000-tonnare) som går österut med marschfart (25 knop; 1 knop = 1,85 km/h).

**Kinetisk energi på mikronivå** är samma sak som värme. Värme är alltså rörelseenergi hos molekyler/atomer/fria elektroner; translationsenergi, rotationsenergi och vibrationsenergi. Denna rörelseenergi är helt oordnad. Värmeinnehållet hos ett stycke materia är lika med produkten av dess massa  $m$ , dess specifika värmekapacitet  $c_p$  (som varierar något med temperaturen) och dess temperatur över omgivningen  $\Delta T$ :

$$E_{\text{värme}} = mc_p \Delta T \quad [\text{kg}(\text{J}/\text{kg}, \text{grad})\text{grader} = \text{J}] \quad (1.6)$$

Om materian genomgått en fasomvandling tillkommer energin för denna; kallas för latent värme. Sålunda gäller för vatten att smältvärmemet  $C_{sm} = 334$  [kJ/kg] och ångbildningsvärmemet (vid 100°C)  $C_{\dot{a}} = 2255$  [kJ/kg].

Det kan i sammanhanget nämnas att två olika temperaturskalor används parallellt, den absoluta med enheten kelvin [K] och celsiuskalan [°C]:

$$T [K] = t [°C] + 273,15 \quad (1.7)$$

Energiresonemang handlar ofta om omvandlingar mellan olika energiformer. Hur dessa kan gå till styrs av två naturlagar:

**Termodynamikens första huvudsats:** Energin hos ett slutet system är konstant.

**Termodynamikens andra huvudsats:** Energin i ett slutet system kan inte gå mot större (sammanlagd) ordning.

Även om inte andra huvudsatsen uttrycker det, så strävar ett slutet system alltid mot största möjliga oordning (men det finns förstås ofta barriärer som förhindrar, försvårar eller fördröjer denna utveckling). Det klassiska sättet att behandla denna strävan använder begreppet entropi. Här använder vi istället (den mycket enklare) storheten exergi  $E_x$  [J].

**Definitioner: Energin E** hos ett system anger hur mycket oordnad energi (värme) man kan ta ut ur systemet. **Exergin  $E_x$**  hos ett system anger hur mycket helt ordnad energi (potentiell/kinetisk energi på makronivå eller elektricitet) man kan ta ut ur systemet.

Medan energin (enligt första huvudsatsen) är oförstörbar gäller inte samma sak för exergin; denna kan helt förbrukas. För att inte göra exergiinnehållet processberoende (en ångturbin har t ex mycket högre verkningsgrad än en ångmaskin) definierar vi exergin efter bästa användbara omvandlingsmetod.

**Uppgift 1.4.** Vilka energiomvandlingar äger rum hos en svängande pendel?

**Uppgift 1.5.** Beskriv, i termer av kinetisk och potentiell energi på makro- och mikronivå, följande processer: En bil som kör. Kaffekokning i kaffebryggare. Värmepump i drift. Hiss på väg uppåt.

**Uppgift 1.6.** För samma processer, berätta vad som sker med energin och exergin.

Man kan alltså producera helt välordnad energi (t ex el) ur ganska välordnad energi (t ex ved) om man samtidigt producerar oordnad energi (spillvärme). Medan man ibland tar tillvara spillvärmerna (för t ex uppvärmningsändamål) så tillvaratas denna inte eller knappast alls i mängder av energiomvandlande maskiner från gräsklipparmotorer till kärnkraftverk. Vid energiomvandlingar måste man därför känna till verkningsgraden  $\eta$ , dvs kvoten mellan utnyttjad energi och tillförd energi.

**Uppgift 1.7.** I många processer gäller att  $\eta = E_x/E$ . Ger några exempel!

**Uppgift 1.8.** Ett oljeeldat kraftverk producerar 52 MWh elenergi och gör av med 14 m<sup>3</sup> olja per dygn (olja innehåller 9 kWh kemisk energi/liter). Vilken är kraftverkets verkningsgrad? Hur mycket spillvärme produceras varje dygn?

För motorer som utnyttjar termiska processer (värmemotorer) finns det en teoretisk gräns för verkningsgraden  $\eta = E_x/E$ . Denna ges av verkningsgraden för den skarnotmaskinen, som arbetar mellan temperaturerna  $T_{hög}$  och  $T_{låg}$  (Obs: Absoluta temperaturer!). Carnotverkningsgraden ges av

$$\eta_{Carnot} = E_x/E = (T_{hög} - T_{låg})/T_{hög} \quad (1.8)$$

Inga existerande värmemotorer kommer upp i carnotverkningsgraden; typiskt värde för effektiva motorer (ångturbiner) är ca 50 % av denna. (Jfr *maximum power point* och Attwoods fallmaskin!)

**Uppgift 1.9.** Stirlingmotorn är en typ av värmemotor som kan arbeta mellan två ganska lika temperaturer, t ex den hos ytvattnet i tropiska hav (+30°C) och temperaturen på 200 m djup (+4°C). Vilken verkningsgrad har en stirlingmotor som arbetar mellan dessa temperaturer och når upp till 75 % av carnotverkningsgraden?

Värmepumpar är en slags omvända värmemotorer; de matas med exergi och höjer ordningen något hos oordnad energi. Värmepumpen kan alltså "flytta" värme från en kall plats till en varmare. Den teoretiskt högsta värmefaktorn är  $1/\text{carnotverkningsgraden}$ .

**Uppgift 1.10.** Vilken värmefaktor har en carnotmaskin som används som värmepump om den arbetar mellan +4°C och +50°C?

**Uppgift 1.11.** En värmepump kyler grundvatten (i en djupborrad brunn) till +4°C och värmer radiatorvatten till +50°C. För varje tillförd kWh el till pumpen tas 2 kWh värme från grundvattnet och tillförs radiatorvattnet 3 kWh värme. Vilken är värmefaktorn? Hur effektiv är denna reella värmepump jämfört med en ideal carnotmaskin?

När energi tillförs ett system ökar systemets massa enligt den speciella relativitetsteorin (oberoende av energislåg):  $\Delta m = E/c^2$  ( $c = \text{ljushastigheten i vakuum, } 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ). Denna massökning är i de flesta sammanhang försumbar. Detta gäller dock inte kärnreaktioner: Vid fission (klyvning) av uran i en kärnreaktor omvandlas ca 0,1 % av massan till energi (i form av värme). Detta beror på att vid fission bildas två atomkärnor som är tätare bundna än urankärnan (liksom vattenmolekylen är tätare bunden än väte- och syremolekylerna) men att den starka växelverkan som binder samman nukleonerna är mer än  $10^{11}$  gånger större än den elektriska kraften mellan atomerna i en molekyl.

**Uppgift 1.12.** Hur mycket större (relativistisk) massa har vattnet i den välfyllda Trängsletdammen än när samma vatten runnit ner till havets nivå? (Observera att medan massan minskar på grund av relativistiska effekter så ökar tyngden på grund av att vattnet kommer närmare jordens centrum. Vilken effekt är störst?)

**Uppgift 1.13.** Hur mycket mer väger en 400 000 tons tanker vid marschfart österut än när hon ligger för ankar?

**Effekt:** Den hastighet med vilken en energiomvandling sker kallas för effekt  $P$  [ $\text{J/s} = \text{W}$ ]. Skilj noga mellan energi och effekt!

**Enheter:** För omvandling mellan olika (energi-)enheter behövs några samband: [ $\text{Nm} = \text{J} = \text{Ws}$ ]. [ $\text{N} = \text{kgm/s}^2$ ]. [ $\text{V} \cdot \text{A} = \text{W}$ ]. Eftersom J är en så liten energienhet används flera andra enheter: MJ (megajoule) =  $10^6$  J. GJ (gigajoule) =  $10^9$  J. TJ (terajoule) =  $10^{12}$  J. PJ (petajoule) =  $10^{15}$  J. Kilowattimme kWh =  $3,6 \cdot 10^6$  J. MWh =  $10^3$  kWh, osv. För effekt används enheterna kW =  $10^3$  W, osv.

**Uppgift 1.14.** Om elström kostar 75 öre/kWh, vad kostar den per MJ?

**Uppgift 1.15.** Hur mycket elenergi producerar kärnkraftsreaktorn Forsmark 1 per år när den kör på full effekt (1200 MW<sub>e</sub>) med en drifttid på 78 %?

**Uppgift 1.16.** Verkningsgraden ( $E_{\text{el}}/E$ ) för en kärnreaktor är 30 %. Hur mycket energi (el + spillvärme) produceras totalt per år av Forsmark 1. Hur mycket materia omvandlas till energi per år?

**Uppgift 1.17.** Vid fissionsprocessen omvandlas ca 0,1 % av massan hos bränslet ( $^{235}\text{U}$ ) till energi. Hur mycket  $^{235}\text{U}$  går åt per år?

**Uppgift 1.18.** Naturligt uran innehåller 0,7 %  $^{235}\text{U}$  (resten är  $^{238}\text{U}$ ). Hur mycket naturligt uran förbrukar Forsmark 1 per år?

**Uppgift 1.19.** Hur mycket uranmalm behöver brytas för att förse Forsmark 1 med bränsle under ett år om malmens uranhalt är 300 ppm (som i Billingsens skiffer)?

## 2. Fotonsyntesen

Ljus består av partiklar som kallas fotoner (och betecknas med  $f$  eller  $\gamma$ ). Fotoner existerar endast vid ljushastigheten  $c$ . De karakteriseras av storheterna våglängd  $\lambda$  [m] och frekvens  $f$  [ $s^{-1}$ ]. Det gäller att

$$\lambda \cdot f = c \quad (2.1)$$

Fotonens energi ges av

$$E_f = hf \text{ [J]} = 1,24/\lambda \text{ [eV]} \quad (2.2)$$

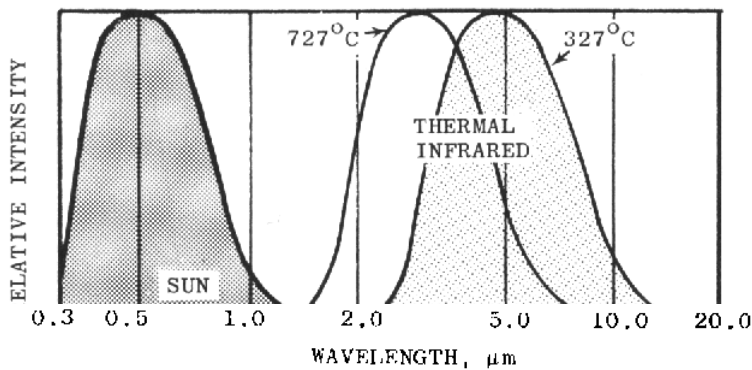
där Plancks konstant  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Js och det andra uttrycket gäller om  $\lambda$  anges i  $\mu\text{m}$ ; 1 eV är den energi som en elektron får om den accelereras av ett potentialfall på 1 V (dvs  $1,6 \cdot 10^{-19}$  J).

Alla ytor (inte bara solens!) sänder hela tiden ut stora mängder fotoner, fördelade över ett våglängdsintervall, kallat ljuskällans spektrum. Våglängden  $\lambda_{max}$  beror av absoluta temperaturen  $T$  enligt Wiens förskjutningslag:

$$\lambda_{max} = 2900/T \text{ [\mu m]} \quad (2.3)$$

\* Not: I material med optiskt brytningsindex  $n$  är fotonens translationshastighet  $= c/n$  och dess fashastighet  $= c \cdot n$ .

Eftersom spektrum förskjuts mot lägre våglängder när temperaturen ökar, så strålar ytor under ca 1300 K (1000°C) endast ut IR-strålning (dvs ljus över 0,8  $\mu\text{m}$ ). Strålningens färg ändras från djuprött för en yta vid 1300 K via orange, gult och vitt till blåvitt för en yta vid 20000 K.



**Bild 1.** Spektrum från (svartkropsstrålände) ljuskällor vid olika temperaturer.

Strålningens intensitet varierar mycket kraftigt med den strålände ytans temperatur. För den effektivast strålände ytan (ett svart hålrum) gäller Stefan-Boltzmanns lag för den utstrålade effekten:

$$E_b = \sigma T^4 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (2.4)$$

där Stefan-Boltzmanns konstant  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>,K<sup>4</sup>.

**Uppgift 2.1.** Vilken är den utstrålade effekten per m<sup>2</sup> från en yta vid rumstemperatur (20°C), vid 100°C och vid 400°C?

**Uppgift 2.2.** Solen brukar approximeras med ett svartkropsstrålände klot vid 5777 K. Solens diameter är  $1,39 \cdot 10^9$  m. Vilken är solens effekt?

Ovan har beskrivits hur ljus emitteras från en varm yta som är idealt svart. En yta som strålar ut med lägre effekt än vad som Stefan-Boltzmanns lag anger har en emittans  $\epsilon$  som anger kvoten mellan hur mycket den strålar ut och hur mycket en ideal svartkropp strålar ut. För emittansen gäller att  $0 < \epsilon \leq 1$ . Observera att  $\epsilon$  ofta beror på  $\lambda$  och därmed  $T$ !

**Uppgift 2.3.** Vad är  $\epsilon$  för en ideal svartkropsstrålare?

Ytor kan också absorbera ljus. Absorptansen (absorptionsförmågan) betecknas med  $\alpha$ ;  $0 < \alpha \leq 1$ . Också  $\alpha$  beror på  $\lambda$ . För en yta gäller att  $\alpha_\lambda = \epsilon_\lambda$  för alla våglängder. Eftersom  $\alpha$  och  $\epsilon$  kan variera mycket med  $\lambda$  kan t ex  $\alpha$  (och  $\epsilon$ ) för en yta vara nära 1 för våglängderna i solljus samtidigt som  $\epsilon$  (och  $\alpha$ ) är nära 0 för värmestrålningen från ytan. En sådan yta kallas *selektiv*. Vanlig vit målarfärg är selektiv på det sättet att den är vit för solljus (absorberar lite ljus eftersom det mesta reflekteras) medan den emitterar värmestrålning effektivt. Om en svartmålad och en vitmålad yta båda är solbelysta är därför den svarta ytan varmare än den vita.

**Uppgift 2.4.** Vad är  $\alpha$  för ett svart hålrum?

**Uppgift 2.5.** Beskriv på vad sätt en yta med en bestämd färg (t ex röd eller blå) är selektiv inom det synliga området.

Fotoner kan absorberas genom olika processer, av vilka fotoelektrisk effekt är den dominerande för ljus (och värmestrålning). Fotoelektrisk effekt innebär att fotonen förlorar hela sin energi (och därmed försvinner) genom att krocka med en elektron i eller nära den absorberande ytan. Normalt blir det bara värmerörelse av den absorberade fotonenergin.

Om emellertid fotonens energi  $hf$  är minst lika stor som elektronens bindningsenergi (i atomen/molekylen/kristallgittret) så kan elektronen krockas loss från sin plats; resultatet blir en fri elektron (som är fri att röra sig i materialet) och ett s k positivt hål (en elektronbrist som också kan förflytta sig).

**Uppgift 2.6.** De svagast bundna elektronerna i kisel har bindningsenergin 1,1 eV. Ange vilka våglängder som är möjliga för en foton som kan krocka loss en elektron ur gittret i en kiselkristall.

Kvoten mellan exergin och energin i ljus beror dels på ljuskällans temperatur, dels på hur välordnat ljuset är. Koncentrerbart ljus (t ex direkt solljus) kan ge mycket hög temperatur och därmed driva en motor med hög verkningsgrad, så sådant ljus innehåller mer exergi än diffust ljus.

### 3. Solen

I solen produceras energi från materia genom fusion enligt formeln  $E = mc^2$ . Energin strålar ut från solen i form av ljus i våglängdsintervallet 0,3 - 5  $\mu\text{m}$  med intensitetsmax vid 0,5  $\mu\text{m}$ . Spektrum är ganska likt svartkroppsspektrum vid temperaturen 5777 K.

Intensiteten i solljuset på jordens medelavstånd från solen är  $= 1367 \text{ W/m}^2$  på en yta som är vinkelrät mot solstrålningen.

**Uppgift 3.1.** Medelavståndet mellan jorden och solen är 150 miljoner km. Beräkna solens utstrålade effekt med hjälp av  $G_{sc}$ . Jämför med resultatet i Uppgift 5.2.

**Uppgift 3.2.** Beräkna hur mycket massa solen förlorar varje sekund.

Eftersom jordens avstånd varierar med  $\pm 1,7 \%$  så varierar solinstrålningen utanför atmosfären med  $\pm 3,3 \%$ ; störst i början av januari när jorden är som närmast solen och lägst i början av juli när avståndet är som störst:

$$G_{on} = G_{sc}[1 + 0.033 \cos(360 n/365)], \text{ där } n = \text{dagnumret.} \quad (3.1)$$

Index  $o$  står för noll atmosfär och index  $n$  för normalt infallande ljus.

**Uppgift 3.3.** Uppenbarligen beror inte årstiderna på avståndet solen - jorden. Vad beror de då på?

**Uppgift 3.4.** Vid vilka datum är avståndet solen - jorden = medelavståndet?

**Uppgift 3.5.** Vad är  $G_{on}$  21/2?

Nere på jordytan är dels intensiteten lägre, dels består solljuset av två komponenter, direkt solljus  $G_b$  (direkt = beam) och diffust solljus  $G_d$ ;  $G_b + G_d = G$ . Det diffusa ljuset kommer huvudsakligen från himlen, men en lutande yta träffas också av diffust solljus, som reflekterats av marken. Notera att avsaknaden av ett  $o$  i index betyder horisontell yta. (Det är lätt att se skillnad på direkt och diffust ljus: Det direkta ljuset åstadkommer skarpa skuggor, vilket det diffusa ljuset inte gör.)

Det direkta solljusets intensitet varierar med vädret, luftens kvalitet, med höjden över havet och med solens zenitvinkel  $\theta_z$ . Det är därför omöjligt att ange intensiteten utan att mäta den. Det finns dock en formel som approximativt gäller vid måttliga höjder över havet, för klart väder och för torr och ren luft:

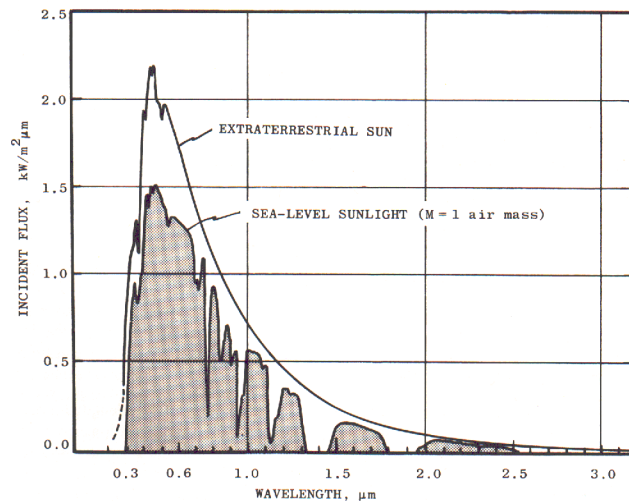
$$G_{bn} \cong G_{on} \exp[-c(1/\cos \theta_z)^s], \quad (3.2)$$

där de empiriska konstanterna  $c = 0,347$  och  $s = 0,678$ . Det diffusa himmelsljusets intensitet är ca 10 % av det direkta ljusets vid samma förutsättningar, men kan vara mycket högre. (Den sammanlagda intensiteten är dock sällan över  $1,1 G_{bn}$ ).

**Uppgift 3.6.** Uppskatta  $G_{bn}$  när solen står  $35^\circ$  över horisonten en klar dag.

Vid jordytan varierar spektrum hos solen med många faktorer såsom luftens beskaffenhet (renhet, fuktighetshalt) och höjden över havet. Att också solhöjden spelar stor roll är uppenbart - den nergående solen är oftast röd. Energin i ett "typiskt" spektrum hos det direkta ljuset från en sol mer än  $20^\circ$  över horisonten består till ca 5 % av UV-ljus, 45 % synligt ljus (mellan 0,4 och 0,8  $\mu\text{m}$ ) och 50 % infrarött (IR-)ljus.





**Bild 2.** Solens spektrum, dels utan, del med atmosfär (solhöjd  $30^\circ$ , klar luft, låg höjd över havet).

**Uppgift 3.7.** Beräkna intensiteterna i UV-området, synliga området och IR-området när  $G_{bn} = 770 \text{ W/m}^2$ .

Solen står i söder kl 12 soltid, men soltiden går ibland före och ibland efter standardtiden. Detta beror dels på ortens longitud, dels på datum. I Borlänge går solen som mest 10 min efter (i mitten av februari) och som mest 20 min före (i slutet av oktober). I fortsättningen bortser vi från detta.

Solhöjden  $\alpha_s$  och solens zenitvinkel  $\tau_z$  ( $\alpha_s + \theta_z = 90^\circ$ ) beror dels på datum, dels på tiden. Tiden anges med solens timvinkel  $\omega$ , som är negativ före och positiv efter kl 12. Det går  $15^\circ$  på en timme. Datumberoendet beror på att solens deklination  $\delta$  varierar under året på grund av att jordaxeln lutar  $23,45^\circ$  mot ekliptikan:

$$\delta = 23,45 \sin [360(284 + n)/365] \quad (3.3)$$

**Uppgift 3.8.** Beräkna timvinkeln  $\omega$  när klockan är 1400, 1630, 1100 och 0910.

**Uppgift 3.9.** Beräkna solens deklination den 21/2.

Det gäller att  $\delta$  är max vid sommarsolståndet, min vid vintersolståndet och  $= 0$  vid vår- och höstdagjämning. Klockan 12, när  $\omega = 0$ , gäller att

$$\theta_z = \phi - \delta, \text{ där } \phi = \text{latituden.} \quad (3.4)$$

**Uppgift 3.10.** Borlänges latitud är  $60,3$ . Beräkna solens zenit-vinkel och solhöjden kl 12 den 21/2 i Borlänge.

Vid andra tidpunkter än mitt på dagen gäller att

$$\cos \theta_z = \cos \phi \cos \delta \cos \omega + \sin \phi \sin \delta \quad (3.5)$$

**Uppgift 3.11.** Beräkna solens zenitvinkel och solhöjden kl 0915 den 21/2 i Borlänge.

Observera att solens zenitvinkel  $\theta_z =$  det direkta solljusets infallsvinkel  $\theta$  mot en horisontell yta. För en yta som lutar *rakt åt söder*  $\beta^\circ$  är infallsvinkeln  $\theta$  samma som på en horisontell yta på en plats med samma longitud men med latituden  $(\phi - \beta)$ :

$$\cos \theta = \cos (\phi - \beta) \cos \delta \cos \omega + \sin (\phi - \beta) \sin \delta \quad (3.6)$$

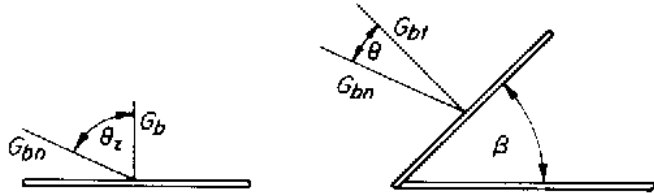
Detta uttryck förenklas kl 12, när  $\omega = 0$ , till

$$\theta = \phi - \beta - \delta \quad (3.7)$$

**Uppgift 3.12.** Beräkna solens infallsvinkel  $\theta$  för en yta som lutar  $25^\circ$  åt söder dels kl 1200, dels kl 0915 den 21/2 i Borlänge.

Det finns en motsvarande formel för en yta som lutar åt vilket väderstreck som helst, men den är mycket mera komplicerad och förbigås här.

En viktig faktor i solenergिसammanhang är den så kallade cosinusfaktorn. Den innebär att intensiteten hos infallande ljus på en yta är proportionell mot  $(\cos \theta)$ . Detta inses lätt om man jämför bredden på ett strålknippe som faller in parallellt med ytans normal (då  $\theta = 0^\circ$  och  $\cos \theta = 1$ ) med bredden på ett strålknippe som faller in med någon annan vinkel  $\theta$ .



**Bild 4.** Cosinusfaktorn

Intensiteten av det direkta solljuset på en lutande yta (lutande = **Tilted**) i  $W/m^2$  betecknas  $G_{b,T}$  och motsvarande intensitet på en horisontell yta  $G_b$ . Kvoten mellan dessa båda intensiteter är en viktig storhet, som betecknas  $R_b$ :

$$R_b = G_{b,T}/G_b = (G_{b,n} \cos \theta)/(G_{b,n} \cos \theta_z) = \cos \theta / \cos \theta_z \quad (3.8)$$

där index  $n$  indikerar normalt infallande ljus. Med hjälp av formlerna ovan får vi för en sydlutande yta kl 12:

$$R_b = \cos |\theta - \delta - \beta| / \cos |\phi - \delta| \quad (3.9)$$

samt, för en sydlutande yta vid andra tidpunkter (när  $\omega \neq 0$ ),

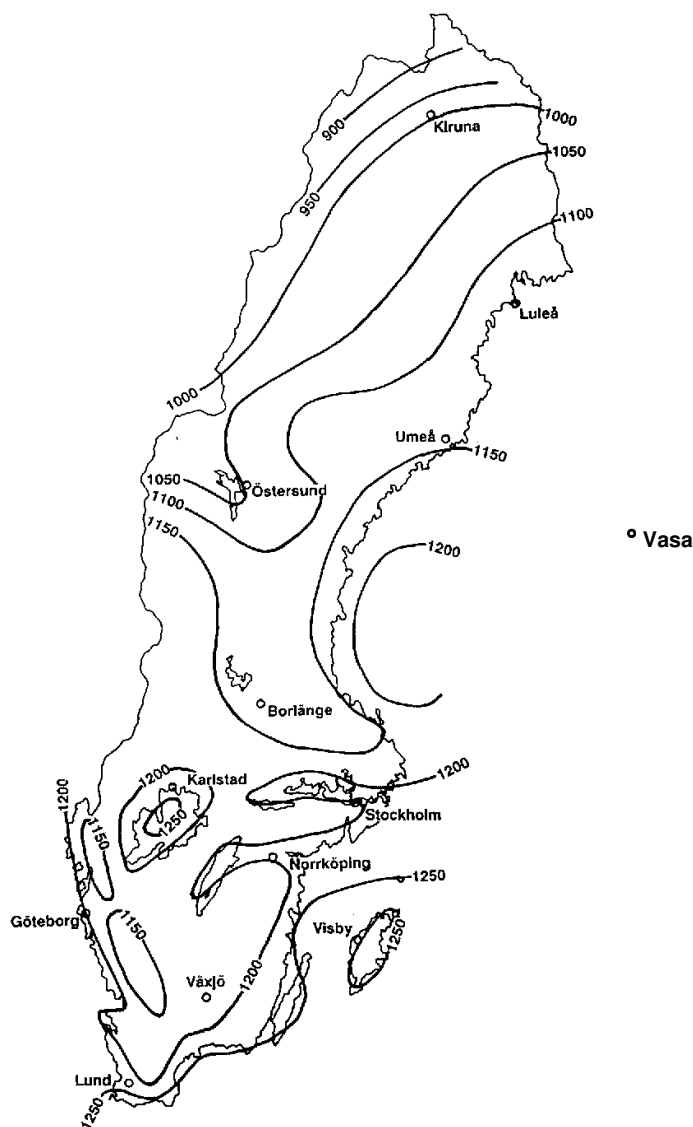
$$R_b = \frac{[\cos(\phi - \beta) \cos \delta \cos \omega + \sin(\phi - \beta) \sin \delta]}{[\cos \phi \cos \delta \cos \omega + \sin \phi \sin \delta]} \quad (3.10)$$

Faktorn  $R_b$  används för att beräkna hur mycket det lönar sig att luta en solfångare (men observera att det bara är det direkta ljuset som påverkas av  $R_b$ !). Den fungerar både för momentanvärden av effekten (vilka betecknas med  $G$ ) och för timvärden av instrålad solenergi (som betecknas med  $I$  och mäts i MJ eller kWh). För längre perioder, dagar eller månader, är man tvungen att summera timvärden. Se dock Appendix 2!

**Uppgift 3.13.** Beräkna faktorn  $R_b$  för en solfångare i Borlänge som lutar  $25^\circ$  åt söder, dels kl 1200, del kl 0915 den 21/2.

Den totala mängden instrålad solenergi (per månad) varierar mycket kraftigt under året, dels på grund av att solen står högre på himlen under sommaren, dels på grund av att dagarna då är så mycket längre. Följande medelvärden [ $kWh/m^2, mån$ ] för åren 1987-94 gäller för en horisontell yta i Borlänge:

Januari	10
Februari	28
Mars	65
April	100
Maj	162
Juni	163
Juli	164
Augusti	119
September	70
Oktober	33
November	11
December	6



**Bild 5.** Genomsnittsvärden av den årliga solinstrålningen på en 30° sydlutande yta.

Under ett helt år tar en horisontell kvadratmeter i Borlänge emot i genomsnitt 931 kWh. En 30° sydlutande yta tar emot ca 15 % mer. Ökningen hänför sig nästan enbart till perioden september - april.

**Uppgift 3.14.** Hur stor andel av solinstrålningen under året infaller under sommarmånaderna juni-augusti?

Den genomsnittliga solinstrålningen per år varierar mellan olika orter i Sverige. Nedan angivna värden [kWh/m<sup>2</sup>,år] är medelvärden för perioden 1961-90:

Kiruna	817	Karlstad	1011
Luleå	876	Stockholm	970
Umeå	938	Visby	1067
Östersund	933		

**Uppgift 3.15.** Finns det någon annan skäl att prata om *Sola i Kallsta* än att det lär ha funnits en servitris i Karlstad som kallades så?

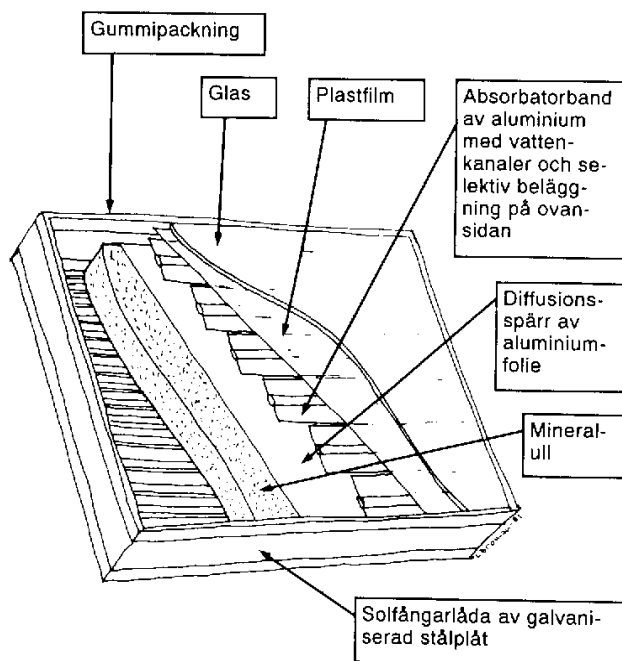
## 4. Solfångare

I vid mening är en solfångare en anordning som fångar in fotoner från solen och genom någon fotosyntesprocess omvandlar fotonernas energi till någon användbar energi. Också naturen agerar solfångare, syntetiserar fotoner och skapar andra energiformer: Kinetisk makroenergi i vind och vågor. Potentiell makroenergi genom regn över höglänta områden. Kinetisk mikroenergi genom uppvärmning av luft, mark och vatten. Potentiell mikroenergi i biomateria genom fotosyntes. Sådan omvandlad solenergi kallas tillsammans med direkt utnyttjande av solenergi för förnybar energi och energikällorna för förnybara energikällor.

**Uppgift 4.1.** Ge exempel på hur människor utnyttjar och i historisk tid utnyttjat alla dessa slag av förnybara energikällor.

I snäv mening är en *solfångare* en anordning som omvandlar solstrålning till användbar värme. Detta kapitel handlar om sådana solfångare. Observera att vi reserverar termen *solpanel* för sådana apparater som omvandlar solstrålning till elektricitet.

En typisk modern solfångare är en plan solfångare som kanske är försedd med en tillsatsspegel för att höja instrålningen av direkt solljus. Den är uppbyggd av flera olika komponenter, som här beskrivs i ordning från toppen.



**Bild 6.** Så här kan en modern solfångare se ut i genomskärning.

**Glas.** Glaset ska dels skydda solfångaren från åverkan av väder och vind, dels fungera som en värmebarriär. För att vara effektiv måste nämligen en solfångares värmeförluster minimeras så långt det går. Mekanismerna som bortför värme är strålning, ledning och konvektion (strömning).

Glaset minskar strålningsförlusterna därför att glas är ogenomskinligt för värmestrålning (trots att det är genomskinligt för solstrålning). Värmestrålningen från den varma absorbatorn (se nedan) absorberas därför av glaset istället för att stråla rakt ut i omgivningen. Därvid värms glaset upp, och

strålar i sin tur ut värmestrålning - men hälften av denna strålar tillbaka mot absorbatoren. Denna egenskap utnyttjas av växthus, något som i sin tur har givit namn åt den välkända växthuseffekten.

Glaset minskar också konvektionsförlusterna genom att dessa på glaset måste ske i två steg. Den instängda luften värms upp av absorbatoren, strömmar upp mot glaset, värmer detta och kyls av, varpå den strömmar ner mot absorbatoren för att återigen värmas upp. Det uppvärmda glaset värmer upp uteluften intill glaset, som därmed strömmar uppåt och ger plats för ny sval uteluft, vilken värms upp. Mycket energi går förlorad på detta viset, men ännu mycket mer skulle förloras om absorbatoren var i direktkontakt med uteluften.

För att vara effektivt måste glaset dessutom vara så genomskinligt för solljus som möjligt. Glas hindrar solljus från att passera genom två processer: Reflektion i de båda glasytorna och absorption i glaset. Reflektansen i ytskiktet mellan två genomskinliga medier beror på dessas brytningsindex  $n$  och på infallsvinkeln  $\theta$ . För  $\theta = 0^\circ$  gäller exakt och för  $\theta < 45^\circ$  gäller approximativt följande uttryck för reflektansen  $\rho$ :

$$\rho = (n - 1)^2 / (n + 1)^2 \quad (4.1)$$

För ett vanligt glas med brytningsindex  $n = 1,5$  blir  $\rho = 0,04$ , och glaset reflekterar 8 % av infallande ljus. Järnfritt glas absorberar praktiskt taget inget ljus alls, medan vanligt fönsterglas absorberar ca 4 % (beroende bl a på tjockleken). Ofta använder man härdat glas i solfångare för hållfasthetens skull.

**Uppgift 4.2.** Polykarbonat, som också används som yttersta skikt i solfångare, har brytningsindex  $n = 1,60$ . Hur mycket av normalt infallande ljus reflekterar en polykarbonatskiva?

**Konvektionshinder.** Mellan glaset och absorbatoren sitter ibland ytterligare en genomskinlig hinna med uppgift att göra konvektionsförlusterna till en trestegsprocess och därmed mindre. Vanliga fönster i bostadshus består ju numera till och med av tre glas just för att minska dessa effekter. Ett extra glas är effektivt men reflekterar ju bort 8 % till av det infallande ljuset. Istället använder man en tunn teflonfilm; tunn av kostnadsskäl, teflon därför att det ämnet har lägre brytningsindex än glas ( $n_{teflon} = 1,35$ ) och därmed reflekterar bort mindre andel av infallande ljus. En tunn teflonfilm absorberar inget ljus.

Det är ekonomiskt att sätta in teflonfilm i solfångare om man på det viset höjer årsutbytet mer än om man istället hade större solfångarearea till samma kostnad. För närvarande gäller detta i högtemperaturtillämpningar (t ex solfångare anslutna till fjärrvärmenät) medan det inte är lönsamt i t ex husegna solfångare som huvudsakligen producerar varmvatten sommartid.

**Uppgift 4.3.** Hur mycket av normalt infallande solljus reflekteras tillbaka av en teflonfilm?

Det finns också solfångare på marknaden som ännu effektivare undertrycker konvektionsförlusterna: Vakuumsolfångare, som inte har några konvektionsförluster alls. Tyvärr är de så dyra att de endast lönar sig för speciella tillämpningar (som t ex när en annars alltför liten yta står till förfogande).

**Absorbator.** Absorbatorn är solfångarens viktigaste del. Det är ju den som fångar in solljuset och leder värmen till det vatten som för med sig värmen till lagret. För att vara effektiv måste absorbatorn ha dessa egenskaper: Korrosionsbeständig. Högt  $\alpha$  för solljus. Lågt  $\epsilon$  för värmestrålning. God värmeledningsförmåga. Lågt pris.

Eftersom man inte kan ha mycket vatten i solfångaren (som då tar lång tid att värma upp) har absorbatorn som regel endast tunna vattenkanaler och metallflänsar som leder värmen till kanalerna. Då är aluminium och koppar de enda absorbatormaterial som leder värme tillräckligt bra. Den svensktillverkade Sunstrip-absorbatorn är av 0,7 mm aluminium, 14 cm bred och har en vattenkanal av invalsad koppar med  $1 \text{ cm}^2$  tvärsnitt. Den har ett selektivt ytskikt av svartnickeloxid med  $\alpha = 0,9$  och  $\epsilon = 0,2$  (ungefärliga värden). Eftersom solfångarmoduler är från  $1,25 \text{ m}^2$  och uppåt (de största är på över  $60 \text{ m}^2$ !) måste flera absorbatorremсор kopplas samman, antingen parallellt eller i serie.

**Uppgift 4.4.** Hur hög effekt absorberas per  $\text{m}^2$  Sunstrip-absorbator om den belyses med  $800 \text{ W/m}^2$ ?

**Uppgift 4.5.** Hur hög effekt strålar ut från en Sunstrip-absorbator vid  $95^\circ\text{C}$ ?

Med en solfångares stagnationstemperatur avses den temperatur som absorbatorn kommer upp i när ingen nyttig värme leds bort från solfångaren. Då är alltså instrålad solenergi och förlusterna (p g a strålning, ledning och konvektion) precis lika. Det är viktigt att både absorbatorn och resten av solfångaren klarar denna temperatur utan att förstöras, eftersom den kan uppträda t ex när vattenpumpen inte fungerar.

**Uppgift 4.6.** Vilken är stagnationstemperaturen för en solfångare med Sunstrip-absorbator om denna bestrålas med  $800 \text{ W/m}^2$  och vi kan uppskatta förlusterna p g a ledning och konvektion till  $400 \text{ W/m}^2$ ?

**Isolering.** För att minimera ledningsförlusterna bakåt måste det ligga ett ganska tjockt skikt av något isolerande material bakom absorbatorn, ca 10 cm eller så. Vanligast är mineralull, därnäst (det dyrare men effektivare) polyuretanskum. Mera kretsloppsanpassade material, sådana som ekofiber gjort av gamla tidningar, finns ännu ej i solfångare. Eftersom isolering (även mineralull) innehåller plaster vars molekyler kan diffundera ut och fastna på glas och absorbator (med försämrade optiska egenskaper som följd) är isoleringen vanligen täckt av en diffusionsspärr av aluminiumfolie.

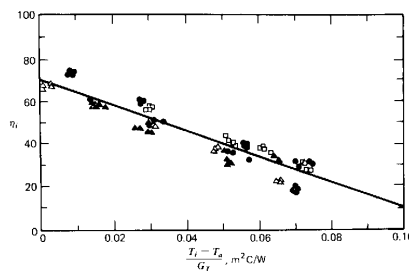
**Solfångarlåda.** Denna ska vara stadig och korrosionssäker och tillverkas vanligen av aluminium eller rostskyddad (galvaniserad eller plastbelagd) plåt. Många solfångare är integrerade i taket och behöver då ingen komplett låda. Viktigt är dock fortfarande att innesluta absorbator och isolering så att de inte utsätts för fukt och föroreningar. Samtidigt kan t ex inte glaset vara stumt infäst eftersom glas och plåt utvidgas olika mycket när temperaturen stiger.

**Verkningsgrad.** Solfångarens verkningsgrad bestäms dels av den optiska verkningsgraden  $\eta_o$  (produkten av glasningens transmittans  $\tau$  och absorbatorns absorptans  $\alpha$ ), dels av den temperaturberoende förlustfaktorn  $k$ :

$$\eta = \eta_o - k \Delta T / G_T \quad (4.2)$$

Här är  $\Delta T$  = skillnaden mellan solfångarens medeltemperatur  $T_{av}$  och omgivningens temperatur  $T_a$ .

Bild 7.  $\eta = f(\Delta T / G_T)$



**Uppgift 4.7.** Beräkna momentanverkningsgraden för en solfångare med  $\tau = 0,92$ ,  $\alpha = 0,90$ ,  $k = 2,5 \text{ W/m}^2, \text{grad}$ , samt för driftfallet  $G_T = 800 \text{ W/m}^2$ , solfångarens medeltemperatur  $60^\circ$  och yttertemperaturen  $20^\circ$ .

**Solvärmesystemet.** Ett solvärmesystem, vare sig det handlar om ett litet takintegrerat system med  $2,5 \text{ m}^2$  solfångare eller ett solfångarfält på 1000-tals  $\text{m}^2$ , består av flera andra komponenter. Hur väl dessa fungerar ihop med solfångaren och varandra påverkar starkt systemets totala verkningsgrad. Sålunda behövs en pump som driver vattnet genom solfångarkretsen och reglerutrustning som startar pumpen när vattnet i solfångaren är tillräckligt varmt. Eftersom man vill kunna tillgodogöra sig insamlad solvärme också när solen gått ner eller mulna dagar leds den infångade solvärmén till ett värmelager, som regel en vattenfylld tank. Vattnet i solfångarkretsen innehåller glykol (för frysriskens skull) så det måste finnas en värmeväxlare mellan solfångarkretsen och lagringstanken.

Moderna system är s k lågflödessystem med värmeskiktad tank, vilket bl a kräver en mycket effektiv värmväxlare. Då kan man leda kallt vatten till solfångaren (nästan lika kallt som tankens bottenvatten) och låta det värmas upp till hög temperatur (utan att solfångarens medeltemperatur blir så hög att förlusterna blir för stora). Via värmväxlaren värms kallt bottenvatten till hög temperatur som leds högt upp i tanken. På så sätt fyller man på varmt vatten högst upp i tanken (istället för att, som i ett gammaldags system med en kopparslinga i botten på tanken, långsamt värma upp hela tanken samtidigt när solen skiner), vilket minskar behovet av tillsatsvärme.

**Uppgift 4.8.** Den billigaste kvalitetssolfångaren kostar ca 1000 kr/m<sup>2</sup> vartill kommer eget arbete eftersom den levereras i byggsats. Den levererar ca 300 kWh/år till husets varmvattensystem, huvudsakligen under sommaren. Låt oss anta att du ansluter en 5 m<sup>2</sup> solfångare till ett befintligt värmesystem med ackumulatortank, att dina övriga installationskostnader är 2500 kr, samt att systemverkningsgraden är 80 %. Hur många år dröjer det innan solfångaren har betalat sig om den ersätter energi som kostar 75 öre/kWh?

## 5. Solceller

Solceller omvandlar solstrålning till elektricitet genom en process som kallas fotovoltaisk effekt. Därför kallas cellerna ofta för *PV-celler* (**P** som i photo). Den fotovoltaiska effekten är en kombination av fotoelektrisk effekt - att fotonerna skapar fria elektroner och hål - och att solcellen är en diod som består av två halvledarskikt med olika elektriska egenskaper, och därför har en inbyggd spänning.

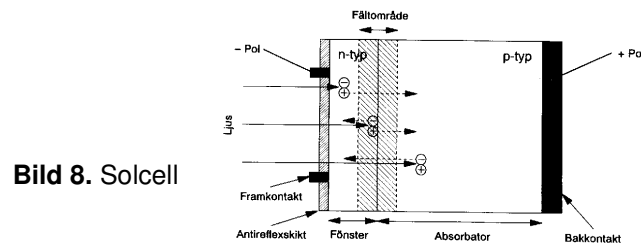


Bild 8. Solcell

Solceller består av kristallint kisel *X-Si* - vanligast i solpaneler - eller amorft kisel *A-Si* - vanligt i tex miniräknare, men förekommer också i större paneler. Kristallint kisel är lite för genomskinligt för att vara idealt och måste därför vara ca 1/10 mm tjockt, medan en PV-cell av amorft kisel bara behöver vara någon  $\mu\text{m}$  tjock. Även om kisel är jordskorpans vanligaste ämne så är höggradigt renat kisel dyrt, vilket gör *X-Si*-celler dyrare än *A-Si*-celler. Dessutom lämpar sig sk tunnfilmsceller bättre för storskalig automatiserad tillverkning. *X-Si*-cellerna har dubbelt så hög verkningsgrad som *A-Si*-celler, ca 15 % och är därför fortfarande den vanligast förekommande i solpaneler. Nya typer av tunnfilmsceller är emellertid under utveckling har börjat slå igenom.

Den typiska *X-Si*-cellen har en yta av  $1 \text{ dm}^2$  och levererar i fullt solljus ( $1000 \text{ W/m}^2$ ) drygt 3 A vid knappt 0,5 V. En panel kan bestå av 36 celler i serie och kosta ca 3000 kr.

**Uppgift 5.1.** Vilken är den beskrivna cellens verkningsgrad?

**Uppgift 5.2.** Vilken är den beskrivna panelens max. uteffekt i fullt solljus?

**Uppgift 5.3.** Hur mycket energi producerar den beskrivna panelen under ett år i Borlänge? Anta att den är uppställd lutande mot söder så att den bestrålas med 15 % mer energi per år än en horisontell yta.

**Uppgift 5.4.** Anta att panelen har en teknisk livslängd på 25 år. Hur många kWh producerar den då under sin livstid? Om du endast räknar investeringskostnaden, hur mycket kostar då varje producerad kWh?

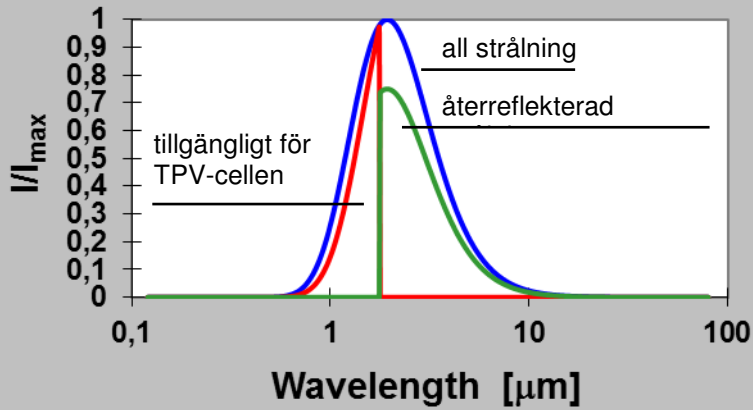
**Uppgift 5.5.** Tänk dig, som en jämförelse, att du vill ha el till en sommarstuga. Anslutningskostnaden är 20000 kr, den fasta årsavgiften 6000 kr, och den rörliga avgiften 1 kr/kWh. Du räknar med att göra av med 1500 kWh/sommar. Vad blir totalkostnaden per kWh i detta fall?

**Artificiell fotosyntes.** Genom de gröna växternas fotosyntes produceras energirika ämnen som socker, kolhydrater och cellulosa av koldioxid, vatten och solljus. Verkningsgraden är måttlig: ca 0,1 % för gran- eller tallskog, 1 % för snabbväxande sly, 5 % för speciella algodlingar. Det närmaste man har kommit artificiell fotosyntes är solceller, vilka producerar vätgas genom elektrolys av vatten. En del forskning förekommer på området utomlands, men ingen i Sverige.



**TPV.** Termofotovoltaisk effekt omvandlar värmestrålning till elektricitet med hjälp av PV-celler med lågt bandgap (dvs fotoner med bara 0,6 eV energi kan krocka loss elektroner). I ett samarbetsprojekt mellan SERC, Högskolan Dalarna och National Renewable Energy Laboratory NREL i USA studeras möjligheten att förbränna träpulver vid 1500 K, leda gaserna genom en emitter omgiven av vattenkylda TPV-celler, och på så sätt generera el och värme utan rörliga delar.

### TPV Generator Animation



**Bild 9.** När mycket av den långvågiga strålningen reflekteras tillbaka till emittent kan TPV-generatorns verkningsgrad bli mycket hög.

## Solenergi för räknekunniga: Svar på uppgifter

1.1  $880 \cdot 10^9 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 400 \text{ m} = 3,45 \cdot 10^{15} \text{ J}$  ( $\div 3,6 \cdot 10^{15} = 0,96 \text{ TWh}$ )

1.2  $140 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 3600 \text{ s} \cdot 1,2 \text{ V} = 605 \text{ J}$

1.3  $4 \cdot 10^8 \text{ kg} \cdot (25 \cdot 1,85/3,6 \text{ m/s})^2/2 = 3,30 \cdot 10^{10} \text{ J}$  ( $3,6 \cdot 10^6 = 9170 \text{ kWh}$ )

1.4 Lägesenergi (potentiell makroe.)  $\rightarrow$  rörelseenergi (kinetisk makroe.)  $\rightarrow$  lägesenergi osv

1.5 Bil: bensin (pot. mikroe.)  $\rightarrow$  högtemp.värme (kin. mikroenergi)  $\rightarrow$  spillvärme (kin mikroe.) + rörelseenergi (kin. makroe.); rörelseenergi  $\rightarrow$  friktionsvärme (kin. mikroe.)

Kaffebruggare: el (kin. makroenergi)  $\rightarrow$  värme (kin. mikroe.)

Värmepump: el + lågttemp.värme (kin. mikroe.)  $\rightarrow$  mellantemp.värme (kin mikroe.)

Hiss: el  $\rightarrow$  lägesenergi + friktionsvärme

1.6 Bil: bensin ( $E_x \approx 0,4 E$ )  $\rightarrow$  högtemp.värme ( $E_x \approx 0,3 E$ )  $\rightarrow$  spillvärme ( $E_x \approx 0; 0,8 E$ ) + rörelseenergi ( $E_x \approx 0,2 E$ ); rörelseenergi  $\rightarrow$  friktionsvärme ( $E_x \approx 0; 0,2 E$ )

Kaffebruggare: el ( $E_x \approx E$ )  $\rightarrow$  värme ( $E_x \approx 0; E$ )

Värmepump: el ( $E_x \approx E$ ) + lågttemp.värme ( $2E$ )  $\rightarrow$  mellantemp.värme ( $E_x \approx 0; 3E$ )

Hiss: el ( $E_x \approx E$ )  $\rightarrow$  lägesenergi ( $E_x \approx 0,9 E$ ) + friktionsvärme ( $E_x \approx 0; 0,1 E$ )

1.7 bilmotor, ångmaskin, kärnkraftverk, fossileldat kraftverk, solpanel (men inte elmotor, kraftvärmeverk, solfångare)

1.8 (a)  $\eta = E_x/E = 52 \cdot 10^3 \text{ kWh}/(14 \cdot 10^3 \cdot 9 \text{ kWh}) = 41 \%$

(b)  $59 \% \cdot 14 \cdot 10^3 \cdot 9 \text{ kWh} = 73 \text{ MWh}$

1.9  $0,75 (303 - 277)/303 = 6,4 \%$

1.10  $(273 + 50)/(50 - 4) = 700 \%$

1.11 (a)  $\eta = 3/1 = 300 \%$  (b)  $300/702 = 43 \%$

1.12 (a)  $3,45 \cdot 10^{15}/(3,0 \cdot 10^8)^2 = 0,038 \text{ kg} = 38 \text{ g}$

(b)  $\Delta F = F_{hav} - F_{Trängslet} = Gm_{vattnet}M_{jorden}/r_{jorden}^2 - GmM/(r+400)^2 =$   
 $= GmM/r^2 [1 - r^2/(r+400)^2] =$  (där  $GmM/r^2 =$  vattnets tyngd  $F = mg$ )  $= 880 \cdot 10^9 \cdot 9,81 [(r^2 + 800r + 400^2 - r^2)/(r+400)^2] =$

(med  $r = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ )

$= 1,11 \cdot 10^8 \text{ N} =$  tyngden hos  $11000 \text{ m}^3$  vatten (= 0,0013 %)

1.13  $3,30 \cdot 10^{10}/(3,0 \cdot 10^8)^2 = 3,7 \cdot 10^{-7} \text{ kg} = 0,37 \text{ mg}$

1.14  $-:75/3,6 = 21 \text{ öre/MJ}$

1.15  $1200 \cdot 10^6 \text{ J/s} (3600 \cdot 24 \cdot 365) \text{ s/år} \cdot (1/3600) \text{ h/s} \cdot 0,78 = 8,2 \cdot 10^{12} = 8,2 \text{ TWh/år} = 2,95 \cdot 10^{16} \text{ J/år}$

1.16 (a)  $E_x/E = 0,30$ ;  $E = E_x/0,30 = 8,2/0,30 = 27 \text{ TWh/år} =$

$= 9,8 \cdot 10^{16} \text{ J/år}$  (b)  $9,8 \cdot 10^{16}/(3,0 \cdot 10^8)^2 = 1,09 \text{ kg/år}$

1.17  $1,09/0,001 = 1090 \text{ kg}$

1.18  $1090 \text{ kg}/0,007 = 156 \text{ ton}$

**1.19**  $156/300 \cdot 10^{-6} = 520\ 000\ \text{ton}$

**2.1** (a)  $5,6710^{-8}(273 + 20)^4 = 417\ \text{W/m}^2$     (b)  $1100\ \text{W/m}^2$     (c)  $11600\ \text{W/m}^2$

**2.2**  $5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5777^4 \cdot 4\pi(1,39 \cdot 10^9/2)^2 = 3,83 \cdot 10^{26}\ \text{W}$

**2.3** exakt = 1

**2.4** exakt = 1

**2.5** röd yta kan ha lägre  $\alpha$  för  $0,7 \leq \lambda \leq 0,8\ \mu\text{m}$ ; blå yta kan ha lägre  $\alpha$  för  $0,4 \leq \lambda \leq 0,45\ \mu\text{m}$

**2.6**  $\lambda \leq 1,24/1,1 = 1,13\ \mu\text{m}$ . Svar:  $\lambda \leq 1,13\ \mu\text{m}$

**3.1**  $1367 \cdot 4\pi(1,5 \cdot 10^{11})^2 = 3,86 \cdot 10^{26}\ \text{J}$

**3.2**  $3,86 \cdot 10^{26} / (3,0 \cdot 10^8)^2 = 4,29 \cdot 10^{16}\ \text{kg}$

**3.3** jordaxeln lutar *mot* solen på sommaren ( $\delta > 0$ ) och *från* solen på vintern ( $\delta < 0$ )

**3.4** när  $\cos(360n/365) = 0$ , dvs  $360n/365 = 90 \Rightarrow n = 91$  (1 april) och  $360n/365 = 270 \Rightarrow n = 274$  (1 oktober)

**3.5** 21 februari:  $n = 52 \Rightarrow G_{on} = 1367[1 + 0,033 \cos(360 \cdot 52/365)] = 1395\ \text{W/m}^2$

**3.6**  $G_{bn} \approx 1367 \exp[-0,347(1/\cos 35)0,678] = 919\ \text{W/m}^2$  (OBS: "exp a" betyder "e<sup>a</sup>")

**3.7** (a) UV:  $5\% \cdot 770 = 39\ \text{W}$     (b) synliga:  $45\% \cdot 770 = 347\ \text{W}$     (c) IR:  $50\% \cdot 770 = 385\ \text{W}$

**3.8** (a)  $+30^\circ$     (b)  $+67,5^\circ$     (c)  $-15^\circ$     (d)  $-42,5^\circ$

**3.9**  $\delta = 23,45 \sin[360(284 + 52)/365] = -11,23^\circ$

**3.10**  $\theta_z = 60,3 - (-11,23) = 60,3 + 11,2 = 71,5^\circ$

**3.11** kl 0915 är  $\omega = -2,75 \cdot 15 = -41,25$ ;  $\cos \theta_z = \cos 60,3 \cos(-11,23) \cos(-41,25) + \sin 60,3 \sin(-11,23) = 0,1962$ ;  $\theta_z = \arccos 0,1962 = 78,7^\circ$

**3.12** (a)  $\theta = 60,3 - 25 - (-11,23) = 46,5^\circ$   
 (b)  $\cos \theta = \cos(60,3 - 25) \cos(-11,23) \cos(-41,25) + \sin(60,3 - 25) \sin(-11,23) = 0,4893$ ;  $\theta = 60,7^\circ$

**3.13** (a)  $R_b = \cos \theta / \cos \theta_z = \cos 46,5 / \cos 71,5 = 2,2$   
 (b)  $R_b = 0,4893/0,1962 = 2,5$

**3.14**  $(163 + 164 + 119)/931 = 48\%$

**3.15** soligaste staden på fastlandet (tack vare nära Vänern)

**4.1** historiskt: grödor (mat), brännved, vind (segling), vattenkraft (mekanisk energi), dragdjur (som äter "biobränsle"), passiv solvärme (sol in genom fönster, etc); idag dessutom: el från vatten- och vindkraft, biobränslen i kraftvärmeverk (el + fjärrvärme), solvärme, solel

**4.2**  $[(n - 1)/(n + 1)]^2 = (0,6/2,6)^2 = 0,053$  per yta;  $2 \cdot 0,053 = 11\%$

**4.3**  $2(0,35/2,35)^2 = 4,4\%$

**4.4**  $800 \cdot 0,9 = 720 \text{ W/m}^2$

**4.5** svartkropp:  $E_b = \sigma T^4$ ; Sunstrip:  $\varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 =$   
 $= 0,2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (95 + 273)^4 = 208 \text{ W/m}^2$

**4.6**  $0,2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot T^4 = 800 - 400 \Rightarrow T = 480 \text{ K}; t = 480 - 273 = 207^\circ\text{C}$

**4.7**  $\eta = \eta_0 - k \cdot \Delta T / G_T = 0,92 - 0,90 - 2,5 \cdot 40 / 800 = 70 \%$

**4.8**  $5 \text{ m}^2$  solfångare + tillbehör kostar 7500:-. Den levererar  $5 \cdot 30 \cdot 0,8 \text{ kWh/år}$  värt  $1200 \cdot 0,75 = 900 \text{ kr}$ . Solfångaren har betalat sig på  $7500/900 = 8,3$  år

**5.1**  $\eta = 3 \cdot 0,5 / (1000 \cdot 0,01) = 15 \%$

**5.2**  $3 \cdot 0,5 \cdot 36 = 54 \text{ W}$

**5.3**  $1 \text{ m}^2$  tar emot  $931 \cdot 1,15 = 1071 \text{ kWh/år}$ .  $\eta = 15 \%$   $\Rightarrow$   
 $1071 \cdot 0,15 = 161 \text{ kWh/m}^2, \text{år}$  samlas in.  $36 \text{ dm}^2 = 0,36 \text{ m}^2 \Rightarrow$   
 $161 \cdot 0,36 = 58 \text{ kWh/panel,år}$

**5.4**  $58 \cdot 25 = 1450 \text{ kWh}$ ;  $3000/1450 = 2:07 \text{ kr/kWh}$

**5.5** räkna på 25 år: kostnad =  $20000:- + 25 \cdot 6000:- + 25 \cdot 1500 \cdot 1:- = 171500:-$ ; utbyte =  $25 \cdot 1500 \text{ kWh}$   
 $= 37500 \text{ kWh}$ ; kostnad/kWh =  $171500/37500 = 4:57 \text{ kr/kWh}$

## Appendix 1

### Månadsvärden av total, direkt och diffus solinstrålning

Stad:	Ki	Lu	Um	Ös	Bo	Up	Ka	St	No	Gö	Vi	Vä	Lu
<b>M</b>													
<b>kWh</b>													
jan	1	4	5	7	9	9	11	10	12	11	12	11	14
feb	15	19	23	25	28	26	29	27	29	28	29	29	30
mars	58	59	64	71	69	67	72	67	70	62	74	63	65
april	111	108	111	116	99	105	113	107	107	102	119	105	109
maj	152	153	157	158	156	157	161	162	158	149	176	145	156
juni	158	172	181	173	169	174	183	176	174	167	190	157	165
juli	143	161	170	158	159	158	173	160	165	153	178	144	155
aug	99	111	121	119	123	123	134	126	129	122	137	123	129
sept	54	59	67	65	70	72	79	76	77	78	84	73	80
okt	21	24	29	29	33	35	36	37	38	37	42	37	42
nov	4	6	9	9	12	12	14	14	15	15	15	15	17
dec	0	1	3	3	6	6	7	7	8	8	8	8	10
<b>M<sub>b</sub></b>													
<b>kWh</b>													
jan	1	2	2	4	4	3	5	4	5	3	4	3	5
feb	9	11	13	15	15	13	15	13	14	13	14	13	13
mars	36	34	37	44	38	36	40	35	37	29	40	29	30
april	69	64	65	70	50	56	63	57	57	51	68	53	56
maj	87	87	91	92	88	89	93	94	90	80	109	76	87
juni	90	99	108	100	96	101	111	103	101	93	118	83	91
juli	72	90	99	87	87	86	101	88	93	80	106	71	82
aug	47	57	66	63	66	65	76	68	71	63	78	63	69
sep	25	28	34	31	34	35	41	38	39	39	45	33	39
okt	10	11	14	14	15	16	17	18	18	16	21	15	19
nov	2	2	4	3	3	3	4	4	4	4	4	3	4
dec	0	1	2	1	2	2	3	3	3	2	2	2	3
<b>M<sub>d</sub></b>													
<b>kWh</b>													
jan	0	2	3	3	5	6	6	6	7	8	8	8	9
feb	6	8	10	10	13	13	14	14	15	15	15	16	17
mars	22	25	27	27	31	31	32	32	33	33	34	34	35
april	42	44	46	46	49	49	50	50	50	51	51	52	53
maj	65	66	66	66	68	68	68	68	68	69	67	69	69
juni	68	73	73	73	73	73	72	73	73	74	72	74	74
juli	71	71	71	71	72	72	72	72	72	73	72	73	73
aug	52	54	55	56	57	58	58	58	58	59	59	60	60
sep	29	31	33	34	36	37	38	38	38	39	39	40	41
okt	11	13	15	15	18	19	19	19	20	21	21	22	23
nov	2	4	5	6	9	9	10	10	11	11	11	12	13
dec	0	0	1	2	4	4	4	4	5	6	6	6	7

## Appendix 2

### Beräkning av månatlig solinstrålning mot olika ytor

Ljuset som faller in mot en solfångare består av tre komponenter: Direkt solinstrålning (index  $b$  som i engelskans beam), diffust himmelsljus (index  $d$ ) och markreflekerat ljus (index  $g$  som i ground). Kallar vi allt ljus som infaller mot en  $m^2$  horisontell yta för  $M$  [kWh/m<sup>2</sup>, månad] så gäller (eftersom inget markreflekerat ljus når en horisontell yta!)

$$M = M_b + M_d$$

SMHI har mätt  $M$ -värden för tretton olika platser i Sverige under många år; de publiceras regelbundet i tidskriften **Väder och vind**. Här finns också medelvärden för många år, och dessa återfinns i Tabell A-1. Men tabellen innehåller dessutom  $M_b$ - och  $M_d$ -värden, beräknade med hjälp av formler som publicerats av Erbs, Klein och Duffie, **Solar Energy** 28(1982)13.

Eftersom solen i Sverige går i en bana på himlen med en höjd som varierar mellan 0° och 58° men aldrig står rakt upp på himlen och dessutom oftast finns på södra himmelshalvan är det fördelaktigt att luta solfångaren åt söder eller inom 45° från söder (mellan SO och SV). Ljuset under en månad mot en lutande yta betecknas  $M_T$  (index  $T$  som i tilted). Det gäller att

$$M_T = M_{bT} + M_{dT} + M_{gT}$$

Fördelen med den lutande ytan är framför allt att  $M_{bT}$  kan vara större än  $M_b$ . Kvoten mellan de båda kallas  $R_b$ :

$$R_b = M_{bT} / M_b$$

Att  $R_b \neq 1$  beror på att medelvärdet av cosinus för infallsvinkel för en lutande yta  $\overline{\cos \theta}$  är ett annat än motsvarande värde för en horisontell yta  $\overline{\cos \theta_z}$ . För  $R_b$  gäller också att

$$R_b = \frac{\overline{\cos \theta}}{\overline{\cos \theta_z}}$$

Dessa båda medelvärden beräknas genom integrering av  $\cos \theta$  resp  $\cos \theta_z$  från soluppgång till solnedgång.

För en sydlutande yta får man

$$R_{bT} = \frac{\cos(\phi - \beta) \cos \delta \sin \omega_s' + (\pi / 180) \omega_s' \sin(\phi - \beta) \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta \sin \omega_s + (\pi / 180) \omega_s \sin \phi \sin \delta}$$

och för  $M_T$

$$M_T = M_b R_{bT} + M_d \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + M_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$

För en fullt följande yta (som alltid är vänd rakt mot solen) får man istället

$$R_{bN} = \frac{1}{\cos \phi \cos \delta \sin \omega_s + (\pi / 180) \omega_s \sin \phi \sin \delta}$$

och för  $M_N$

$$M_N = M_b R_{bN} + M_d \left( \frac{1 + \cos \bar{\beta}}{2} \right) + M \rho_g \left( \frac{1 - \cos \bar{\beta}}{2} \right)$$

där  $\bar{\beta}$  är medelvärdet av den följande solfångarens lutning och

$$\cos \bar{\beta} = \cos \phi \cos \delta \sin \omega_s + (\pi / 180) \omega_s \sin \phi \sin \delta$$

$$\omega_s = \cos^{-1}(-\tan \phi \tan \delta)$$

$$\omega_s^* = \cos^{-1}(-\tan(\phi - \beta) \tan \delta)$$

$$\omega_s' = \min[\omega_s, \omega_s^*]$$

## Appendix 3

### Latitud för olika städer

<b>stad</b>	<b>latitud</b>
Kiruna	67,83
Luleå	65,55
Umeå	63,82
Östersund	63,20
Vasa, Finland	63,00
Borlänge	60,48
Uppsala	59,85
Karlstad	59,37
Stockholm	59,35
Norrköping	58,58
Göteborg	57,70
Visby	57,67
Växjö	56,93
Lund	55,72



## Appendix 4

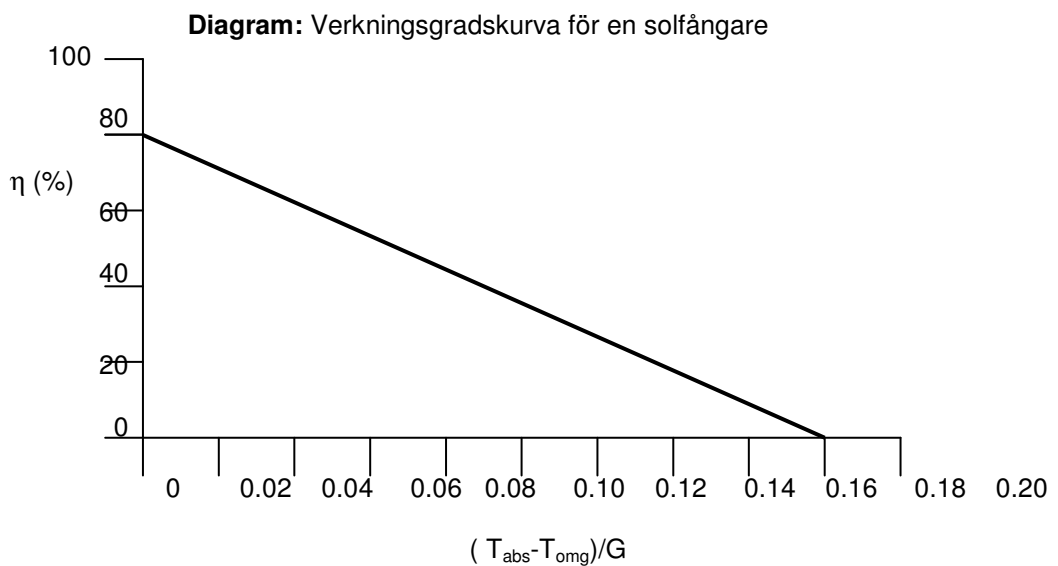
### Tentamensuppgifter i solenergiteknik

(1) Solens spektrum innehåller både UV-ljus, synligt ljus och infraröd strålning. Ungefär hur många procent av var sort finns det i solljuset när solen står högt på himlen?

(2) (a) Varför tar en solfångare i Vasa som lutar 30° åt söder emot mera solljus än en horisontell solfångare? (b) Ange något fall när en vertikal solfångare (som hänger på en sydvänd vägg) kan vara bra!

(3) (a) Rita en solfångare i genomskärning, och ange i figuren vad de olika komponenterna som solfångaren består av kallas. (b) Vilken av dessa komponenter saknas ofta i en villasolfångare?

(4) En solfångares verkningsgrad  $\eta$  varierar med temperaturen och solinstrålningens intensitet som i diagrammet. Hur stor är  $\eta$  när absorbatorns medeltemperatur är 60°C, utomhustemperaturen 20°C och solinstrålningen 800 W/m<sup>2</sup>?

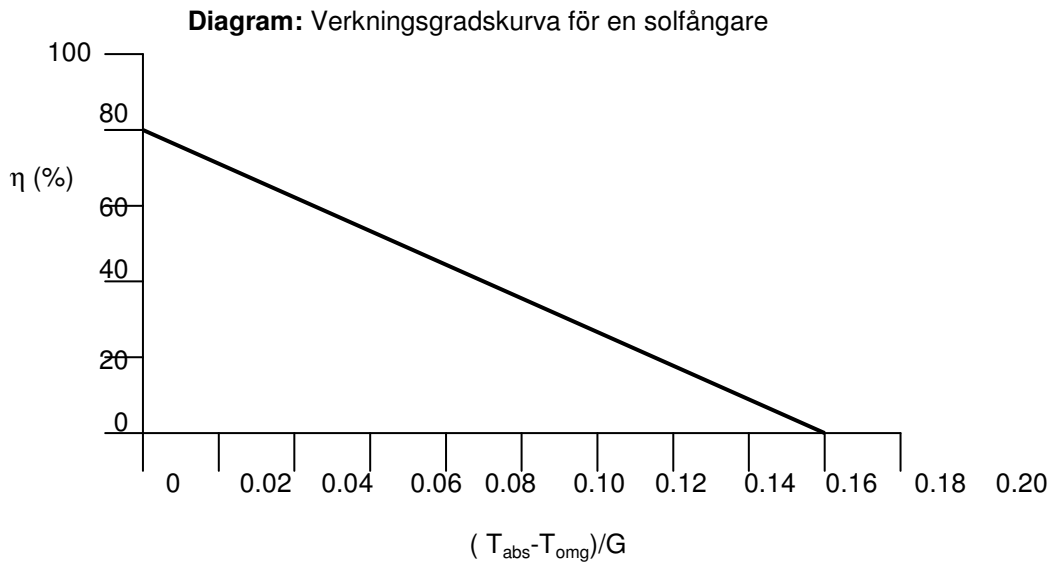


## Omtentamensuppgifter i solenergiteknik

(1) (a) Våglängd hos strålning mäts i  $\mu\text{m}$  ("my"). Vilken våglängd är gräns mellan solstrålningen och värmestrålningen från absorbatoren i en solfångare? (b) Vad karakteriserar en sk selektiv absorberare?

(2) (a) Hur stor är solens timvinkel  $\omega$  kl 12 på dagen (soltid)? (b) kl 14?

(3) En solfångares verkningsgrad  $\eta$  varierar med temperaturen och solinstrålningens intensitet som i diagrammet. Hur hög är denna solfångares stagnationstemperatur när utomhustemperaturen är  $20^\circ\text{C}$  och solinstrålningen är  $800 \text{ W/m}^2$ ?



(4) Varför är ett "lågflödessystem med skiktad tank" ofta effektivare än ett "vanligt" solfångarsystem där vattnet som värms upp i solfångaren pumpas genom en kopparrörsslinga